ORSAY
Série A
N° d'ordre 1488

Numéro d'enregistrement
au C.N.R.S. :

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DE PARIS XI
CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Luis OLIVER

Contribution à l'étude des éléments de matrice des courants hadroniques électromagnétique et faible d'après le modèle des quarks

Soutenue le 29 Mai 1975 devant la Commission d'Examen

MM. F. LURÇAT — *Président*

F. BUCCELLA
B. DIU
R. HAKIM
L. MICHEL
T.N. TRUONG

Examinateurs

ORSAY
Série A
N° d'ordre

Numéro d'enregistrement
au C.N.R.S. :

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DE PARIS XI
CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Luis OLIVER

Contribution à l'étude des éléments de matrice des courants hadroniques électromagnétique et faible d'après le modèle des quarks

Soutenue le 29 Mai 1975 devant la Commission d'Examen

MM.	F. LURÇAT	*Président*
	F. BUCCELLA	*Examinateurs*
	B. DIU	
	R. HAKIM	
	L. MICHEL	
	T.N. TRUONG	

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

REMERCIMENTS

Je tiens à exprimer ma gratitude envers les personnes suivantes:

Alain Le Yaouanc, Olivier Pène et Jean-Claude Raynal, avec qui je collabore depuis plusieurs années. Le sujet de cette thèse porte sur une partie des travaux que nous avons fait en commun.

M. François Lurçat, qui a dirigé mes recherches au début de mon séjour au Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Energies d'Orsay, et qui a continué ensuite à suivre et encourager amicalement mon travail.

M. Louis Michel, qui a toujours soutenu l'activité de notre groupe, et conseillé, en particulier, de rester en rapport étroit avec l'expérience, et M. Tran N. Truong, dont j'ai pu bénéficier la grande compétence dans la phénoménologie des particules élémentaires, et qui suit actuellement mon travail.

Les autres chercheurs qui ont bien voulu faire partie du Jury de Thèse: M. Franco Buccella, dont les travaux sur la symétrie chirale sont bien connus, et qui a aimablement voulu se déranger pour la circonstance; M. Bernard Diu, qui a encouragé notre travail par ses invitations à donner des séminaires, et M. Rémy Hakim, avec lequel nous avons régulièrement discuté de physique.

Je remercie aussi l'ensemble du personnel du Laboratoire de Physique Théorique de Hautes Energies d'Orsay.

AVERTISSEMENT

Le but de cette thèse est de présenter certains travaux sur les intéractions électromagnétiques et faibles des hadrons d'après le modèle des quarks, faits en collaboration avec Alain Le Yaouanc, Olivier Pène et Jean-Claude Raynal.

La thèse comprend trois parties centrées sur trois travaux publiés. La partie I est consacrée à l'électroproduction d'isobares du nucléon (Nucl. Phys. B37, 552 (1972)). L'article est complété par des progrès que nous avons réalisé dans le boost des fonctions d'onde dans un travail ultérieur sur la neutrinoproduction de N^* (Annals of Phys. 88, 242 (1974)). La partie II est dédiée à l'étude des corrections aux couplages axiaux et à la prédiction du mélange de configuration chiral, dus au mouvement relativiste interne des quarks (Phys. Rev. D9, 2636 (1974)). Dans la partie III nous étudions les conséquences de ce mélange pour les effets de spin dans l'électroproduction très inélastique avec cible et projectile polarisés (Phys. Rev. D 11 ,680 (75)).

L'essentiel de ce travail est original. Nous signalons toutefois les emprunts que nous avons pu faire à d'autres auteurs. D'autre part, même au risque d'alourdir un peu l'exposé, nous portons une attention particulière à comparer notre travail avec des recherches d'autres auteurs, en signalant les traits communs et en délimitant nettement les divergences.Ceci a été fait, soit au cours des articles, soit dans des paragraphes séparés, spécialement consacrés à situer notre point de vue et nos résultats parmi les travaux parallèles récents.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION p.1

PARTIE I.- ELECTROPRODUCTION DE RESONANCES BARYONIQUES DANS LE MODELE DES QUARKS..... p.5

I.1.- Article: "Electroproduction of nucleon isobars in the quark model" (Nucl. Phys. B37, 552 (1972))..... p.6

I.1.a. Introduction.

I.1.b. Généralisation de la formule de Bjorken et Walecka.

I.1.c. Choix d'un repère pour le calcul des facteurs de forme.

I.1.d. Structure des quarks.

I.1.e. Comparaison avec l'expérience.

I.1.f. Traitements relativistes.

Appendice.

Références.

I.2.- Traitement relativiste du mouvement des hadrons.... p. 30

I.2.a. Contraction de Lorentz et boost des spineurs.

I.2.b. Résultats pour les multipoles.

I.2.c. Conservation du courant électromagnétique.

I.2.d. Dépendance des fonctions d'onde dans le temps relatif.

I.2.e. Applications: i) facteurs de forme élastiques; ii) σ_S/σ_T dans le région des résonances; iii) électroproduction de $D_{13}(1520)$ et $S_{11}(1535)$ sur des protons.

I.3.- Comparaison avec d'autres travaux..... p. 50

I.3.a. Modèles relativistes basés sur le modèle de Chew et Low.

I.3.b. Modèle des quarks de Feynman, Kislinger et Ravndal.

Références et notes..... p. 58

PARTIE II.- PREDICTION DU MELANGE DE CONFIGURATION CHIRAL COMME UN EFFET RELATIVISTE DANS LE MODELE DES QUARKS NAIF.. p. 60

II.1.- Article: "Prediction of the SU(3)⊗SU(3) configuration mixing as a relativistic effect in the naive quark model" (Phys. Rev. D9, 2636 (1974))..... p. 61

II.1.a. Introduction.

II.1.b. Hypothèse de base pour le traitement relativiste du spin dans le modèle des quarks naïf.

II.1.c. "Boost" au repère d'impulsion infinie.

II.1.d. Calcul du mélange de configuration pour les baryons.

II.1.e. Prédictions quantitatives et comparison avec la détermination phénoménologique des paramètres de mélange.

II.1.f. Idées théoriques parallèles.

II.1.g. Conclusion.

Références.

II.2.- Comparaison avec des travaux parallèles récents..... p. 71

II.2.a. Bref aperçu de notre approche.

II.2.b. Problèmes de l'algèbre chirale comme symmétrie de classification.

II.2.c. La première transformation de Melosh et les charges sur le plan nul.

II.2.d. Deuxième transformation de Melosh et rôle du groupe de Poincaré.

II.2.e. Phénoménologie basée sur la transformation de Melosh: i) transitions pioniques; ii) transitions électromagnétiques.

II.2.f. Le modèle des quarks relativiste de Kellett.

II.3.- Problèmes ouverts dans notre approche..... p. 94

II.3.a. La symmétrie chirale spontanément brisée et le modèle des quarks.

II.3.b. Les brisures du spectre de SU(6).

II.3.c. Les vertex pioniques.

Références et notes..... p. 97

PARTIE III.- CONSEQUENCES DU MELANGE DE CONFIGURATION CHIRAL POUR LES EFFETS DE SPIN DANS L'ELECTROPRODUCTION TRES INELASTIQUE..... p.99

III.1.- Article: "Chiral configuration mixing and deep inelastic scattering of polarized leptons by polarized nucleons" (Phys. Rev. D 11, 680 (1975).. ..... p.100

III.1.a. Introduction.

III.1.b. Contraction de Lorentz et invariance d'échelle.

III.1.c. Mélange de configuration et rotations de Wigner.

III.1.d. Asymmétries.

III.1.e. Comparaison avec des travaux précédents.

III.2.- Comparaison avec des travaux parallèles récents... p.108

III.3.- Problèmes ouverts et perspectives pour notre approche..... p.111

Références et notes..... p.114

CONCLUSION p.115

INTRODUCTION

Notre travail est réalisé dans le cadre du modèle des quarks naïf. Par naïf nous entendons le point de vue de traiter les quarks comme des particules réelles, dont les lois du mouvement peuvent nous aider à comprendre les phénomènes hadroniques. Ceci est dans le même esprit que la physique atomique ou nucléaire, bien que, le spectre hadronique ayant des traits spécifiques, les propriétés des quarks vont différer significativement de celles des nucléons dans les noyaux ou des électrons dans les atomes.

Notre approche diffère nettement du très répandu point de vue algébrique, qui considère les quarks comme des purs indices permettant d'écrire des tenseurs représentant les états hadroniques. La fonction d'onde de SU(6) d'un hadron (décrivant les nombres quantiques internes et le spin en termes de ceux des quarks) est essentielle, mais nous attachons également une haute importance à l'étude d'autres propriétés des quarks, notamment spatiales: la nature des forces qui les lient, la description de la distribution de leur impulsion interne par une fonction d'onde, le caractère relativiste ou non-relativiste de ce mouvement interne, leur structure par rapport aux différentes intéractions, la description des vertex hadroniques par la création de paires quark-antiquark dont le spin est couplé au moment orbital, etc.

Moyennant des hypothèses simples sur leurs propriétés - qui présentent tout de même parfois des aspects paradoxaux -, les quarks donnent des interprétations directes et intuitives d'un ensemble extrêmement vaste et varié de phénomènes concernant les hadrons.

Cependant, quelques questions fondamentales se posent sur la nature des quarks:

1) Pour les baryons, la fonction d'onde de espace-SU(6) de l'état fondamental est complètement symmétrique, contrairement à ce que l'on devrait s'attendre pour des particules de spin 1/2.

2) Pourquoi les quarks n'ont-ils pas été observés?

états qqq (baryons) et $q\bar{q}$ (mésons)?

Nous ne prétendons pas apporter de solution personnelle à ces questions, mais simplement manifester notre position sur une possible issue théorique. Nous rejoignons pour l'instant une intéréssante suggestion de Nambu qui est une tentative de réponse à ces trois problèmes. Considérons le modèle de Gell-Mann-Zweig avec charges fractionnaires et trois triplets (la"couleur", décrite par SU(3)') (le modèle de Han-Nambu de charges entières semble exclu par les données sur la diffusion très inélastique électron-nucléon). Les quarks seraient très lourds et l'énergie de liaison compenserait approximativement leur masses; la liaison serait assurée par l'échange d'un octet de couleur de mésons vectoriels. Dans ces circonstances. l'état fondamental est un singlet de SU(3)' , qui peut être construit à partir d'états qqq ou $q\bar{q}$. Pour les baryons, la fonction d'onde singlet de couleur est antisymmétrique, et le problème de la statistique est ainsi résolu.

Mais si les quarks sont très lourds, comment alors expliquer les succès de l'approximation d'impulse pour la diffusion à haute énergie, qui est justifiée dans le cas de faible liaison? D'autre part, l'ordre de grandeur des moments magnétiques des nucleóns, ainsi que la description du spectre par SU(6) et le modèle en couches, concluent aussi à une faible masse $m_q = m_N/3$ pour les quarks.

Nous n'avons pas de reponse satisfaisante à ce paradoxe. Les quarks semblent en effet se comporter comme des particules de faible masse dans un potentiel qui, pour des distances hadroniques typiques (de l'ordre du fermi), peut être approché par un oscillateur harmonique. En examinant les phénomènes hadroniques, c'est l'étude des propriétés de ces quarks effectifs qui nous occupe et nous ne prétendons pas tirer des conséquences sur le propriétés des quarks considérés comme libres.

Des hypothèses simples sur les intéractions élémentaires des quarks -inspirées de celles des leptons ou des nucléons- plus l'hypothèse d'additivité (ou approximation d'impulse, pour la diffusion à haute énergie) ont conduit à un ensemble impor-

tant de succès dans les différents domaines de la physique hadronique (nous ne prétendons pas en faire une liste exhaustive):

- Spectroscopie: la prédiction de l'absence d'états exotiques, la classification dans des multiplets déterminés de SU(6)⊗O(3) des baryons (($\underline{56}$, $L=0^+$), ($\underline{70}$, $L=1^-$), ($\underline{56}$, $L=2^+$),...) et des mésons (($\underline{35+1}$, $L=0,1,2,...$)).

- Intéractions électromagnétiques: rapports entre moments magnétiques μ_p^{tot}/μ_n^{tot} , μ^*/μ_p^{tot} ; transitions radiatives $\Delta^+ \to p\gamma$, $\omega \to \pi^0\gamma$, $\pi^0 \to 2\gamma$, ...; photoproduction de mésons pi dans la région résonante; électroproduction très inélastique, ...

- Intéractions faibles: le rapport $(F/D)_{axial}$ pour l'octet fondamental; la neutrino-production de N^* ; la diffusion neutrino-nucléon très inélastique,...

- Intéractions fortes: rélations entre constantes de couplage, comme $G_{\pi NN}$ et $f_{\rho NN}$; description des vertex hadroniques par la création d'une paire $q\bar{q}$ dans l'état $^3P_0$; rélations entre sections efficaces à haute énergie, comme $\sigma_{\pi N}^{tot}/\sigma_{NN}^{tot} = 2/3$; prédictions des polarisations dans les réactions à quasi-deux corps; production diffractive de N_i^* ; phénomènes à grand moment transverse,...

Le sujet de cette thèse est l'étude d'une série de phénomènes concernant les intéractions électromagnétiques et faibles des hadrons. Nous essayons de résoudre certains problèmes importants qui se posent dans la version non-relativiste du modèle:

i) Les fonctions d'onde de SU(6)-modèle en couches, étant des solutions de l'équation de Schrödinger, ne décrivent que des hadrons de faible impulsion comparée à leur masse. Mais, dans les processus à haute énergie, les moments de transfer pouvant être importants, la description non-relativiste du mouvement du centre de masse des hadrons est insufisante.

ii) Les fonctions d'onde de SU(6) supposent également un mouvement interne non-relativiste, puisque le spin est décrit en termes de spineurs de Pauli. Mais différents caractères spécifiques au spectre hadronique (espacement entre les niveaux, taille des hadrons reliée à l'impulsion interne moyenne,...)

suggèrent nettement que la vitesse des quarks au sein des hadrons serait en fait relativiste.

La partie I de la thèse étudie l'électroproduction de N^* sur des protons à grand moment de transfert, $-q^2 \simeq 3$ GeV^2.

La partie II montre que si l'on prend au sérieux le mouvement relativiste interne des quarks dans la fonction d'onde de spin, non seulement on apporte des corrections du bon ordre de grandeur aux couplages axiaux, qui étaient mal décrits dans le modèle non-relativiste, mais on prédit également l'ensemble du mélange de configuration chiral à $P_z=\infty$, introduit dans l'algèbre des courants.

Dans la partie III nous étudions les conséquences de cett fonction d'onde du nucléon en mouvement rapide pour l'électroproduction très inélastique avec cible et projectile polarisés.

Dans cette étude, nous outils seront,

i) les fonctions d'onde de SU(6)-modèle en couches, convenablement modifiées pour tenir compte, dans la partie de spin, du mouvement relativiste interne,

ii) des hypothèses simples sur les transformations de Lorentz de ces fonctions d'onde, et

iii) des conjectures aussi simples que possible sur les courants élémentaires électromagnétique et faible des quarks.

PARTIE I.- ELECTROPRODUCTION DE RESONANCES BARYONIQUES DANS LE MODELE DES QUARKS

Dans cette partie, nous présentons divers développements de notre travail sur l'électroproduction de N^* sur des nucléons.

Dans le paragraphe I.1 nous discutons d'abord sur un plan assez empirique le choix des repères où calculer les facteurs de forme de transition non-relativistes. Nous mettons en évidence la nécessité d'introduire une structure électromagnétique pour les quarks. Nous formulons des règles de sélection multipolaires générales, certaines spécifiques au modèle des quarks. Finalement, nous montrons que la valeur absolue des intensités d'électroproduction des bosses de 1236, 1520, 1690 et 1920 MeV peut être bien décrite en tenant compte de la contraction de Lorentz des fonctions d'onde d'espace.

Dans le paragraphe I.2 nous présentons un traitement relativiste plus complet du mouvement des hadrons, qui constitue une justification du modèle simple et intuitif de la partie I.1. Nous appliquons ce traitement à l'étude de l'électroproduction de $S_{11}(1535)$ et $D_{13}(1520)$, et au comportement en q^2 du rapport entre les sections efficaces longitudinale et transverse dans la région des résonances.

Finalement, le paragraphe I.3 est consacré à comparer notre modèle à d'autre approches relativistes basées, soit sur le modèle de Chew et Low (nous suggérons un test permettant de le départager du modèle des quarks, celui-ci étant favorisé), soit sur le modèle des quarks covariant de Feynman, Kislinger et Ravndal (avec lesquels notre modèle se compare aussi favorablement).

Paragraphe I.1

8.B.5

Nuclear Physics B37 (1972) 552–576. North-Holland Publishing Company

ELECTROPRODUCTION OF NUCLEON ISOBARS IN THE QUARK MODEL

A.LE YAOUANC, L.OLIVER, O.PENE and J.-C. RAYNAL
Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Energies, Orsay, France†

Received 1 September 1971

Abstract: The electroproduction of N^* resonances in the quark model has been extensively studied by Thronber, using the symmetric harmonic oscillator quark model, developed later by Faiman and Hendry. Encouraging results were obtained for small q^2, but there was a strong disagreement for $q^2 > 1$ GeV^2 not only for the absolute values but also for the ratio

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(N^*) \Big/ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{elastic}) .$$

We show that this disagreement is mainly due to a bad *choice of the frame where the non-relativistic transition form factors are calculated*. There are physical reasons for choosing a frame near the Breit frame.

We also introduce the quark form factor needed by the various other successes of the symmetric oscillator quark model (spectroscopy, strong and electromagnetic widths, differential photoproduction, elastic and diffractive processes), while Thornber considered point quarks. We discuss the origin of this quark form factor, either static charge distribution or mediating particle.

Without any free parameter, we obtain good results for the ratio

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(N^*) \Big/ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{elastic})$$

up to large q^2 (~ 3 GeV^2) for the four main bumps. However, when we discuss the contributions of all the established resonances ($M < 2.2$ GeV) there arise problems with the radial excitations and the $P_{13}(1870)$.

Concerning the absolute magnitude, we think we may attribute the discrepancy between the dipole and gaussian form factors to relativistic corrections as first suggested by Licht and Pagnamenta, and Fujimura et al.

† Laboratoire associé au Centre National de la Recherche Scientifique. Postal address: Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Energies, Bâtiment 211, Université de Paris-Sud, Centre d'Orsay, F-91-Orsay (France).

I.1.a. INTRODUCTION

The electroproduction of nucleon isobars $e^-p \to e^-N^{*+}$ is a particularly direct test of the quark model wave functions: knowing these wave functions and using as baryon electromagnetic current a sum of quark currents, the cross section is completely determined. Moreover, the weakness of the coupling ensures the predominance of single scattering up to large q^2.

Electroproduction as well as photoproduction provide a good test of the baryon spectroscopy, because of the specific electromagnetic selection rules (vanishing of some form factors by parity conservation, Moorhouse and Becchi and Morpurgo selection rules).

Nina Thornber [1] made a thorough study and a detailed calculation with the following hypotheses:

(i) Symmetric harmonic oscillator wave functions with Dalitz's classification of N^* resonances.

(ii) Point quarks.

(iii) Use of the relativistic Bjorken-Walecka formula [2] for $e^-p \to e^-N^{*+}$ in the approximation of one-photon exchange.

(iv) Non-relativistic calculation of the transition form factors in the isobar rest frame.

(An earlier work was made by Fujimura et al. [3], omitting the separation of the c.m. motion and with some different assignments.) She did not consider all the resonances, specially the $N^{*+}(1470)$. She obtained rather good results for small q^2 ($q^2 \lesssim 1$ GeV^2). Evidently, the absolute magnitude could not be good for large q^2, since the theoretical elastic Gaussian form factor cannot reproduce the experimental dipole fit. But Thornber also predicted a ratio

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(N^*)\Big/\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{elastic})$$

with exponential increase, while the experimental ratio, after a rapid increase of the photoproduction value, shows a very smooth variation for $q^2 \gtrsim 1$ GeV^2. At $q^2 \simeq 3$ GeV^2, the theoretical ratio is off the experimental value by a factor of 100!

Starting from a previous work on diffractive production according to the quark model [4], we redid Thornber's calculations using the $p - N^{*+}$ Breit system and a $R^2 = 5.9$ GeV^{-2} corresponding to quark structure of almost the same ground state radius (values of R^2 between 6 and 10 GeV^{-2} are needed in the quark model baryon spectroscopy [5], non-relativistic calculations of strong and electromagnetic widths of baryons [5, 6], differential π-photoproduction on nucleons [7] and diffractive cross sections [8, 9]). We noticed that *the results for large q^2 were very sensitive to the choice of the frame in which the non-relativistic transition form factors are calculated.* Simple calculation of the ratio of Coulomb form factors gives good behav-

iour for

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(N^{*+}(1690))\Big/\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{elastic})$$

at $q^2 > 1$ GeV^2 (ref. [4]).

In the following work, we shall discuss the hypotheses of Thornber. We begin by discussing the meaning of the Bjorken-Walecka formula in sect. 2. We then discuss the problem of choosing a non-relativistic frame in sect. 3. In sect. 4 we discuss the quark structure (due to charge distribution or mediating particle). In sect. 5 we consider the spectrum of isobars under $M = 2.2$ GeV given by phase-shift analysis of πN scattering [10] and we discuss the quark model assignments as given by Dalitz [11]. In sect. 6 we briefly discuss the discrepancy between the Gaussian elastic form factor and the dipole fit and the tentative of explaining it by relativistic corrections to the wave functions.

I.1.b. THE BJORKEN-WALECKA FORMULA

The Bjorken-Walecka formula [2] expresses the cross section for the processes $e^-p \to e^-N^{*+}$ in the approximation of one-photon exchange (fig. 1). Although it is a relativistic formulation, they analyzed the proton-isobar vertex in a particular frame, the N* rest frame, where the final state is an eigenstate of J, the analysis being thus simpler.

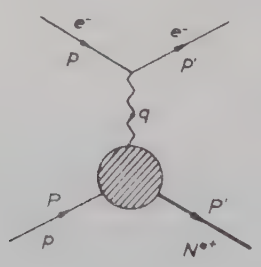


Fig. 1. Isobar electroproduction in the one-photon exchange approximation.

We make a slight generalization of the B – W formula to the family of frames going from the lab. to the N*-rest frame through the Breit one by Lorentz transformation along the three-momentum transfer

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{NS} \frac{mM}{(\alpha E + \beta E')^2}\left\{\frac{q^4}{q^4}|f_C|^2 + \left(\frac{q^2}{2q^2} + \frac{(\alpha E + \beta E')^2}{m^2}\operatorname{tg}^2\tfrac{1}{2}\theta\right)(|f_+|^2 + |f_-|^2)\right\} \tag{1}$$

$d\sigma/d\Omega$ is the differential cross section of N^* electroproduction in the lab., neglecting the lepton mass; θ is the direction of the outgoing electron in this frame,

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{NS} = \frac{\alpha^2 \cos^2 \tfrac{1}{2}\theta}{4\epsilon^2 \sin^4 \tfrac{1}{2}\theta} \frac{1}{1 + \frac{2\epsilon}{m} \sin^2 \tfrac{1}{2}\theta} \tag{2}$$

is the cross section for the elastic scattering of an electron by a ; point-proton; ϵ is the incident electron energy in the laboratory; m is the proton mass and M is the isobar mass.

The hadron vertex is calculated in the family of frames indicated above (fig. 2); we share the momentum transfer q between p and N^*; q, P, P', E and E' refer to this frame;

$$P' - P = q\,, \qquad \alpha + \beta = 1\,, \qquad \alpha P + \beta P' = 0\,, \tag{3}$$

$$E = \sqrt{m^2 + \beta^2 q^2}\,, \qquad E' = \sqrt{M^2 + \alpha^2 q^2}\,, \tag{4}$$

$$q^2 = q^2 + \frac{[\beta M^2 - \alpha m^2 + \tfrac{1}{2}(\alpha - \beta)(q^2 + m^2 + M^2)]^2}{\alpha^2 m^2 + \beta^2 M^2 + \alpha\beta(q^2 + m^2 + M^2)}. \tag{5}$$

We have

(i) for $\alpha = 0, \beta = 1$, N^* rest frame,
(ii) for $\alpha = 1, \beta = 0$, lab. frame,
(iii) for $\alpha = \beta = \tfrac{1}{2}$, Breit frame,
(iv) for

$$\alpha = \frac{M}{m + M}\,, \qquad \beta = \frac{m}{m + M}\,,$$

the frame in which the nucleon and the isobar have equal and opposite velocities.

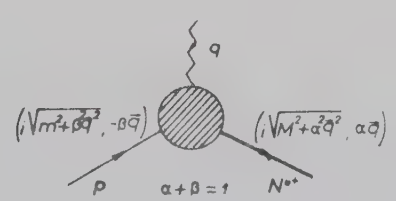


Fig. 2. The $N^* - N - \gamma$ vertex.

Also

$$|f_C|^2 = \frac{1}{2}\sum_{\lambda\lambda'} |\langle P'\lambda'|J_0(0)|P\lambda\rangle|^2 \frac{\Omega^2 EE'}{mM},$$

$$|f_\pm|^2 = \frac{1}{2}\sum_{\lambda\lambda'} |\langle P'\lambda'|J_\pm(0)|P\lambda\rangle|^2 \frac{\Omega^2 EE'}{mM}, \qquad (6)$$

λ, λ' are the helicities of the p, N^{*++} in this frame, and Ω is a quantization volume.

$|f_C|^2$ is the Coulomb form factor corresponding to the time component of the electromagnetic current J_0; $|f_\pm|^2$ are the transverse form factors corresponding to the spherical components $J_\pm$ perpendicular to the photon momentum q†.

I.1.c. CHOICE OF A FRAME FOR THE CALCULATION OF FORM FACTORS

The problem is now to calculate the form factors using the non-relativistic quark model. In principle one should use relativistic wave functions and quark currents. But the basic successes of the quark model are based on non-relativistic formulations (SU(6), spatial wave functions), and there is a deep lack of understanding of the way by which the relativistic effects are operating in a composite model of hadrons. So, we try to find the best conditions for a non-relativistic calculation although we expect the relativistic corrections to be very important due to the big mass differences and large momentum transfer.

To perform a non-relativistic calculation, we must choose a frame where the quark and hadron velocities are as small as possible. This we can obtain only by sharing the momentum transfer between the ingoing and the outgoing baryons.

The frame could be the *Breit* one or the system where the p and the N^{*++} have equal and opposite velocities. On the contrary, the laboratory or the N^{*++} rest frame are not convenient, for the three-momentum transfer is concentrated in one particle, which, taking the whole momentum transfer, has an exceedingly high velocity.

Note that we cannot expect a good agreement for the absolute intensity $d\sigma/d\Omega\,(e^-p \to e^-N^{*+})$ at $q^2 \gtrsim 0.5$ GeV^2 with such a non-relativistic calculation; in any frame there are very big velocities.

In fact, the harmonic oscillator quark model will lead to Gaussian form factors,

† Our definition of form factors differs from Bjorken-Walecka's by a factor

$$|f|^2_{(N^*)} = \frac{m}{M}|f|^2_{(BW)}.$$

With our definition, we shall obtain the quark-model form factors by approximating the states by the shell-model wave functions.

i.e. in particular an exponential decrease of the elastic form factors in disagreement with the dipole fit

$$1\Big/\left(1+\frac{q^2}{0.71}\right)^2$$

at $q^2 \gtrsim 0.5$ GeV^2. However we think it better to attribute this discrepancy to some corrections, the importance of which would grow with q^2, rather than abandon the harmonic oscillator wave functions completely, since they have so great a success.

Among such possible corrections, there are the relativistic corrections, due to the increasing velocity of the p and N^{*+} in the Breit frame when q^2 is growing. These we shall try to estimate in sect. 6. Other corrections could be modifications of the wave functions at small distance smoothing the large q^2 behaviour.

We think that relativistic effects will be smaller if we consider the ratio

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(N^{*+})\Big/\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{elastic}).$$

rather than the absolute intensities, since the most sensitive factor, the exponential, is common to elastic and inelastic transition form factors. A more detailed discussion will be given in the above-mentioned section.

Now, the dependence of q^2 on the transverse momentum transfer q^2 is very different when one considers respectively the three frames: Breit, N^{*+} rest frame, lab:

$$q_L^2 = q^2 + \frac{1}{4m^2}(q^2 + M^2 - m^2)^2 , \tag{7}$$

$$q_{N^*}^2 = q^2 + \frac{1}{4M^2}(q^2 - M^2 + m^2)^2 , \tag{8}$$

$$q_B^2 = q^2 + \frac{(M^2 - m^2)^2}{2(M^2 + m^2) + q^2} . \tag{9}$$

The second term strongly depends on q^2 for the first two cases, while it is almost constant up to 3 GeV^2 for the last case.

This has a very important consequence for the behaviour of form-factor ratios at large momentum transfer $q^2 \gtrsim 1$ GeV^2. For instance, the ratio $|f_C|^2_{\text{inelastic}}/|f_C|^2_{\text{elastic}}$ shows an exponential decrease behaviour in the laboratory; exponential increase in the N^{*+} rest frame, and almost constant behaviour in the Breit frame. In the last frame, the behaviour is determined essentially by the polynomial reflecting the orbital or radial excitation; electroproduction can be in this way a test of the hadronic spectroscopy in the harmonic oscillator quark model.

We can see now that the discrepancy between Thornber's results and experiment is mainly due to her choice of the N^* rest frame for the calculations.

In this paper, we choose the *Breit frame* on the contrary for the reasons discussed above.

I.1.d. QUARK STRUCTURE

In her calculations, Thornber considered *point quarks* without a quark form factor. She wrote

$$\hat{\rho}(x) = \sum_{i=1}^{3} \hat{e}(i)\,\delta(x - r_i)\,, \tag{10}$$

$$J(x) = j(x) + \nabla \times \mu(x)\,, \tag{11}$$

$$j(x) = \sum_{j=1}^{3} \frac{\hat{e}(j)}{2iMq}\,[\delta(x - r_j)\,\nabla + \nabla\,\delta(x - r_j)]\,, \tag{12}$$

$$\mu(x) = \sum_{i=1}^{3} \frac{\hat{e}(i)}{e}\,\mu_p \sigma(i)\,\delta(x - r_i)\,. \tag{13}$$

Correspondingly, she used a proton wave function radius equal to the electromagnetic proton radius $R^2 = 16\ \mathrm{GeV}^{-2}$. But this value is in contradiction with the R^2 suggested by various other phenomena.

Faiman and Hendry [5, 6] need a value of about $10\ \mathrm{GeV}^{-2}$ in order to account for strong decays $N^* \to N\pi$, $N^* \to \Delta(1236)\pi$, and radiative widths $N^* \to N\gamma$ (note that they fit the coupling constant quark-pion and the quark magnetic moment μ). Such a value is also needed to account for the mean level spacing of $\omega = 400$ MeV if an effective quark mass $M_q = \frac{1}{3}m \simeq 300$ MeV is introduced in the relation $R^2 = 1/\omega M_q$.

Copley, Karl and Obryk [7], considering backward photoproduction of π^0, and trying to explain its vanishing for $D_{13}(1520)$, $F_{15}(1690)$, find a value of $R^2 = 5.9\ \mathrm{GeV}^{-2}$, taking $\mu = \mu_p$.

Harrington and Pagnamenta [8] fitted R^2 from elastic high energy nucleon-nucleon scattering. Triple scattering is sensitive to the R^2 value and they find $R^2 = 8.1\ \mathrm{GeV}^{-2}$. This value was used by us [9] to predict the diffractive production of the N_i^* resonances [9, 12] and led to a good cross section for the $N^*(1520)$ and the $N^*(1690)$.

All these values are definitely lower than the electromagnetic proton radius and thus there is a need for an electromagnetic quark structure with a (radius)^2 of about $8\ \mathrm{GeV}^{-2}$.

On the other hand, in the deep inelastic region of electron-proton scattering, cross sections are of the order of the Mott cross section, thus suggesting point-like constituents of the proton. These two facts, although contradictory, are not incompatible, since in the first case (for small q^2) the quark is hit peripherally, while in the second case, the electron could reach the inner constituents (the quark structure could be due for instance to a cloud of $q\bar{q}$ pairs).

Once the presence of this quark form factor is established, the problem is now: what happens when we pass from the elastic case to the $p - N^{*+}$ transition? There are two different interpretations leading to different quantitative conclusions.

One is to explain the form factor as the three-dimensional Fourier transform of a static charge distribution $\rho(\boldsymbol{x})$

$$f(q^2) = \int \rho(\boldsymbol{x})\, e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{x}} d^3\boldsymbol{x}\,, \tag{14}$$

where $\boldsymbol{q}$ is the three-momentum transfer. Then, as we pass to the $p - N^{*+}$ transition, we must substitute, in the Breit frame

$$q_B^2 = q^2 + \frac{(M^2 - m^2)^2}{2(M^2 + m^2) + q^2}$$

to $q_B^2 = q^2$ (elastic case).

The other interpretation would attribute the form factor to the propagator of an intermediate particle, such as in vector-dominance:

$$f(q^2) = \frac{1}{1 + \dfrac{q^2}{m_x^2}}\,. \tag{15}$$

Here, the variable q^2 is the *four-dimensional* momentum transfer squared. Then, for a given value of q^2, the quark form factor is the same in the inelastic and the elastic cases.

These form factors multiply the matrix element of the current.

1.e. COMPARISON WITH EXPERIMENT

We have thus made the calculations with the following hypotheses:

(i) Bjorken-Walecka formula.

(ii) Calculation of the form factors using the harmonic oscillator SU(6) wave functions in the $p - N^{*+}$ Breit frame.

(iii) Introduction of a quark form factor.

We have calculated the intensities of electroproduction of all the resonances of

mass $M < 2.2$ GeV reported in the πN phase-shift analysis [10]; we used the quark-model classification of these resonances given by Dalitz [11]. We have considered the two possibilities for the quark structure described in sect. 4.

The values of our numerical constants are the following: $R^2 = 5.9\ \mathrm{GeV}^{-2}$, to be in agreement with the Copley et al. calculations at $q^2 = 0$; effective quark mass $M_q = 0.3$ GeV; radius of the quark $r^2 = 10.1\ \mathrm{GeV}^{-2}$ in order to have an electromagnetic radius of the proton $R^2 + r^2 = 16\ \mathrm{GeV}^{-2}$; magnetic moment of the quark $\mu = \mu_p = 0.13\ \mathrm{GeV}^{-1}$, as suggested by the additivity assumption and consistent with a quark with a Dirac magnetic moment and an effective mass $M_q \simeq 0.3$ GeV. In fact, the results concerning the absolute value (i.e. the total virtual photoproduction cross section integrated over the resonance) are not very sensitive to a precise value of R^2 (this is not true for the *differential photoproduction* as shown by Copley et al.).

In table 1 we indicate for each resonance which multipole contributes and, if none, which selection rule forbids it. In the appendix, we give the explicit expressions for the matrix elements.

For a missing mass $M \lesssim 2$ GeV, and $q^2 \lesssim 3\ \mathrm{GeV}^2$, the spectrum of electrons scattered from protons shows four bumps at 1236, 1520, 1690 and 1920 MeV.

As indicated in table 2, several resonances can contribute to the second and third bumps, but as in the phenomenological analysis of Walker [16] for real photoproduction, one can expect the waves $D_{13}(1520)$ and $F_{15}(1690)$ to dominate respectively the second and third peaks also for $q^2 > 0$.

In figs. 3, 4 and 5, we show the experimental data [13] for the ratio

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(N^*) \Big/ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{elastic})$$

for the three main bumps and the calculated contributions of $P_{33}(1236)$, $D_{13}(1520)$ and $F_{15}(1690)$.

Although for $q^2 \lesssim 0.5\ \mathrm{GeV}^2$ all the frames give good agreement, we see that, when $q^2 \simeq 3\ \mathrm{GeV}^2$, the laboratory and the N^* rest frames give too low and too high values (a discrepancy factor between 10 and 100). Using a frame close to the Breit one for the non-relativistic calculation of the transition form factors, we have a satisfactory agreement up to large q^2 in a factor less than 2.

Let us discuss the quark form factor. The experimental data clearly favours the quark structure due to the propagator of an intermediate particle. This is so for our results at $q^2 = 0$ and at large momentum transfer. When we consider the other possibility, a quark structure due to a static charge distribution, the calculated values are lower and lower as the isobar mass increases, due to a factor

$$\sim \exp\left(-\frac{(M^2 - m^2)^2 r^2}{6(M^2 + m^2)}\right)$$

Table 1

Multipoles which contribute to each resonance, with the Dalitz classification [11]. N and L indicate radial and orbital excitation; S is the total spin of the quarks. The following selection rules are indicated: (P) Parity (S) For a $S = \frac{3}{2}$ state, the matrix elements of the spin-independent parts of the current vanish. (M) Moorhouse selection rule: For a 70, $S = \frac{3}{2}$ state, the matrix element of the quark magnetic moment vanish [17]. (BM) Becchi-Morpurgo selection rule (generalization of the vanishing of the E_2 part of $\Delta^+(1236)$ [18]): For a **56**, $S = \frac{3}{2}$, $J = L \pm \frac{3}{2}$ state, the electric multipole vanishes.

Resonance	S	Excitation level	SU(6)	Coulomb multipole	Magnetic multipole	Electric multipole
$P_{11}(940)$	$\frac{1}{2}$	$L = 0$	**56**	C_0	M_1	0 (P)
$P_{11}(1470)$	$\frac{1}{2}$	$N = 1$	**56**	C_0	M_1	0 (P)
$D_{13}(1520)$	$\frac{1}{2}$	$L = 1$	**70**	C_1	M_2	E_1
$S_{11}(1535)$	$\frac{1}{2}$	$L = 1$	**70**	C_1	0 (P)	E_1
$D_{15}(1680)$	$\frac{3}{2}$	$L = 1$	**70**	0 (S)	0 (M)	0 (S, M)
$D_{13}(1675)$	$\frac{3}{2}$	$L = 1$	**70**	0 (S)	0 (M)	0 (S, M)
$F_{15}(1690)$	$\frac{1}{2}$	$L = 2$	**56**	C_2	M_3	E_2
$S_{11}(1710)$	$\frac{3}{2}$	$L = 1$	**70**	0 (S)	0 (P, M)	0 (S, M)
$P_{11}(1751)$	$\frac{1}{2}$	$N = 2$	**56**	C_0	M_1	0 (P)
$P_{13}(1860)$	$\frac{1}{2}$	$L = 2$	**56**	C_2	M_1	E_2
$F_{17}(1983)$	$\frac{3}{2}$	$L = 2$	**70**	0 (S)	0 (M)	0 (S, M)
$D_{13}(2057)$	$\frac{3}{2}$	$L = 2$	**70**	0 (S)	0 (M)	0 (S, M)
$G_{17}(2190)$	$\frac{1}{2}$	$L = 3$	**70**	C_3	M_4	E_3
$P_{33}(1236)$	$\frac{3}{2}$	$L = 0$	**56**	0 (S)	M_1	0 (BM)
$S_{31}(1640)$	$\frac{1}{2}$	$L = 1$	**70**	C_1	0 (P)	E_1
$P_{33}(1688)$	$\frac{3}{2}$	$N = 1$	**56**	0 (S)	M_1	0 (BM)
$D_{33}(1691)$	$\frac{1}{2}$	$L = 1$	**70**	C_1	M_2	E_1
$F_{35}(1913)$	$\frac{3}{2}$	$L = 2$	**56**	0 (S)	M_3	E_2
$P_{31}(1934)$	$\frac{3}{2}$	$L = 2$	**56**	0 (S)	M_1	0 (BM)
$F_{37}(1950)$	$\frac{3}{2}$	$L = 2$	**56**	0 (S)	M_3	0 (P)
$D_{35}(1954)$	$\frac{1}{2}$	$L = 3$	**70**	C_3	M_2	E_3

if we consider a Gaussian quark charge distribution of radius r. For example, for the $D_{13}(1520)$, the results are lower than the experimental points by a factor ~ 2. We notice also that this hypothesis of a propagator form factor was also implicit in the Faiman and Hendry calculation of radiative decays [6] and in the study of π-real-

Table 2
List of the resonances which can contribute to each bump. We indicate in parentheses if the resonance is still uncertain as pointed out in Plano's report at the Kiev Conference [15].

1236 bump	$P_{33}(1236)$		$P_{11}(1751)$ (?)
	$P_{11}(1470)$		$P_{13}(1860)$ (?)
1520 bump	$D_{13}(1520)$		$F_{35}(1913)$ (?)
	$S_{11}(1535)$		$P_{31}(1934)$ (?)
		1920 bump	$F_{37}(1950)$
	$S_{31}(1640)$		$D_{35}(1954)$ (??)
	$D_{13}(1675)$ (??)		$F_{17}(1983)$ (?)
	$D_{15}(1680)$		
1690 bump	$P_{33}(1688)$ (??)		$D_{13}(2057)$ (?)
	$F_{15}(1690)$		
	$D_{33}(1691)$		$G_{17}(2190)$
	$S_{11}(1710)$		

photoproduction of Copley, Karl and Obryk [7]; they took a quark form factor equal to one at $q^2 = 0$. The radius $r^2 = 10.1$ GeV^{-2} for the quark means a mass for the intermediate particle close to the ρ-mass, $m_\chi = 770$ MeV.

Let us consider the contributions of other resonances to the main bumps. It is uncertain that each peak is due to a single resonance. The experiments concerning electroproduction at $q^2 > 0$ at the second, third and fourth bumps are, up to the present day, missing mass experiments; only the scattered electron is detected. In fact, only coincidence experiments (as have been made in the $\Delta^+(1236)$ region) in which one measures the angular distribution of the virtual photoproduction processes, can show distinctly the produced resonances. Besides, πN phase-shift analysis show many more resonances in the region of the second and the third peaks than the D_{13} and the F_{15}.

5.1. 1520 *Peak*

As in real photoproduction, the quark model predicts a weak contribution of S_{11} (of about 30% of the total intensity at $q^2 > 0$) confirmed by experiment. If we consider $S_{11} + D_{13}$, the agreement with the data is very good up to 2 GeV^2 (fig. 6)*. On the contrary, there is a serious problem with the Ropper resonance, $P_{11}(1470)$.

* We have not taken into account the mixing between different pairs of states because the electroproduction intensity cannot help us to decide for a value of the mixing angle with any accuracy. Photoproduction data suggest that the states $S_{11}(1535)$ and $S_{11}(1710)$ are mixed states of **70**, $S = \frac{3}{2}$ and $S = \frac{1}{2}$ (cf. ref. [7]). In this last case we adopt a mixing angle fixed at $q^2 = 0$, $\theta_S \simeq 70°$.

$$S_{11}(1535) = \cos\theta_S\,|\underline{70}, S_q=1/2\rangle + \sin\theta_S\,|\underline{70}, S_q=3/2\rangle$$

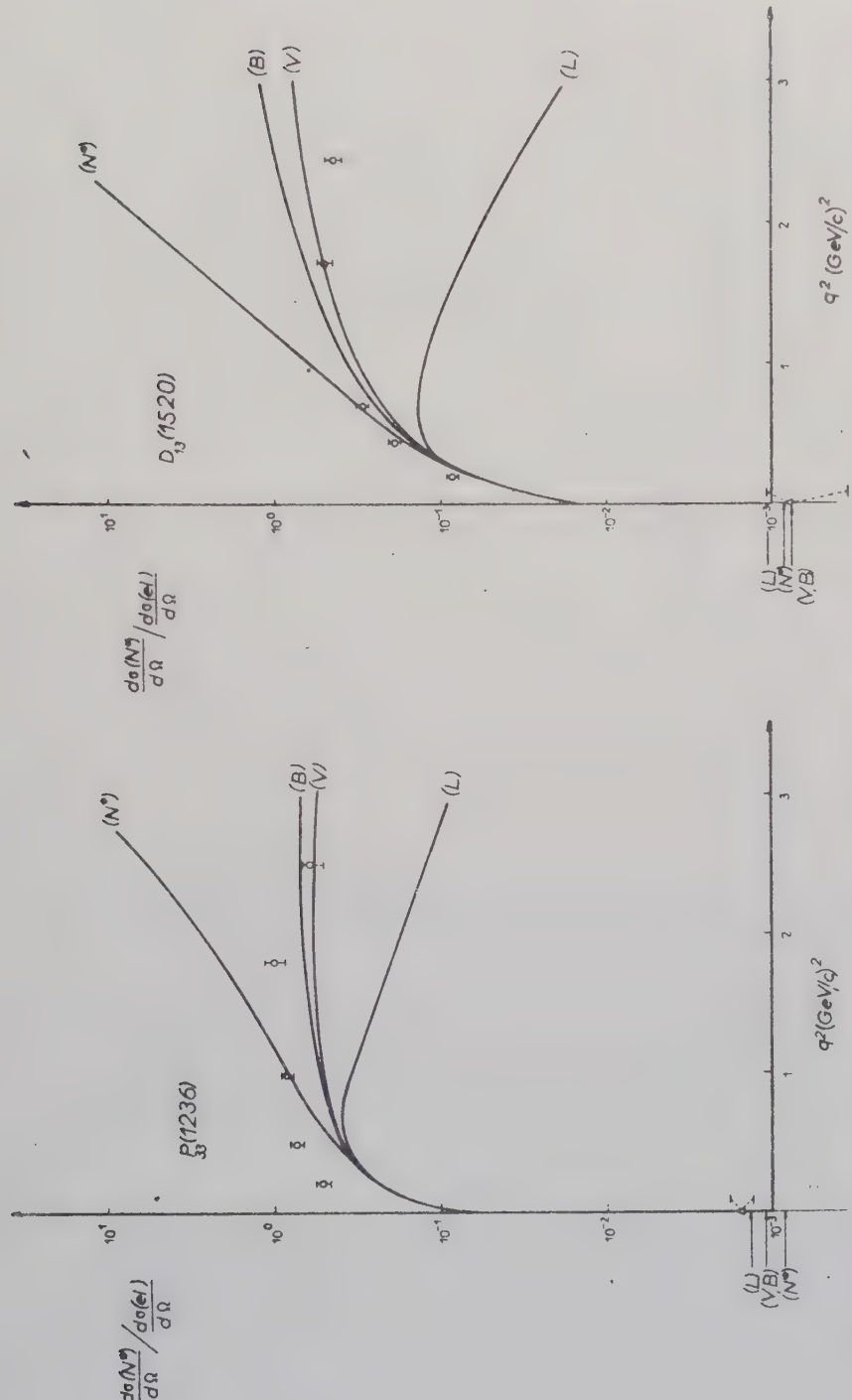


Fig. 3. The non-relativistic ratio of the inelastic cross section to the elastic cross section for $P_{33}(1236)$ in the N^*-rest frame (N^*), Breit frame (B), laboratory frame (L) and the frame where N^* and N have opposite and equal velocities (V). The experimental points are taken from ref. [13].

Fig. 4. The non-relativistic ratio of the inelastic cross section to the elastic cross section for $D_{13}(1520)$ in the N^*-rest frame (N^*), Breit frame (B), laboratory frame (L) and the frame where N^* and N have opposite and equal velocities (V). The experimental points are taken from ref. [13].

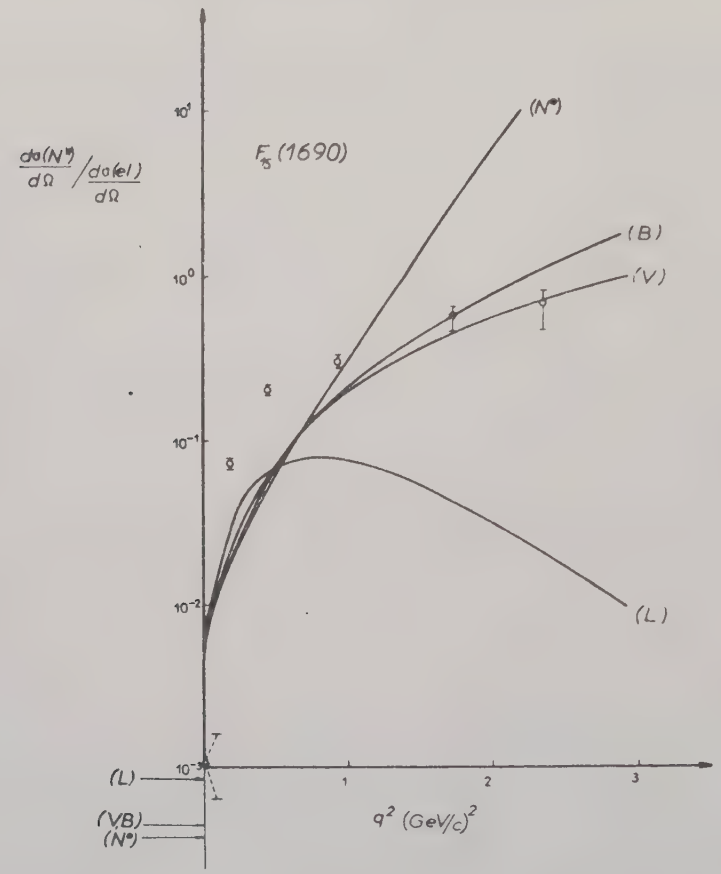


Fig. 5. The non-relativistic ratio of the inelastic cross section to the elastic cross section for $F_{15}(1520)$ in the N^*-rest frame (N^*), Breit frame (B), laboratory frame (L) and the frame where N^* and N have opposite and equal velocities (V). The experimental points are taken from ref. [13].

The quark model predicts for this first radial excitation an intensity of the same order as for the $D_{13}(1520)$ or the $F_{15}(1690)$. In contradiction with diffractive production, electroproduction experiments do not show any peak at 1470 MeV and the phenomenological analysis of photoproduction gives a very weak contribution of P_{11} to the intensity of the second bump, of about 1% [14].

5.2. 1690 *Peak*

In this region many resonances can contribute; we have distinguished in fig. 7 the contributions of the well-established resonances S_{11}, F_{15}, D_{33}, D_{15} and S_{31} and two still uncertain resonances, D_{13} and P_{33} (the first radial excited Δ in the quark

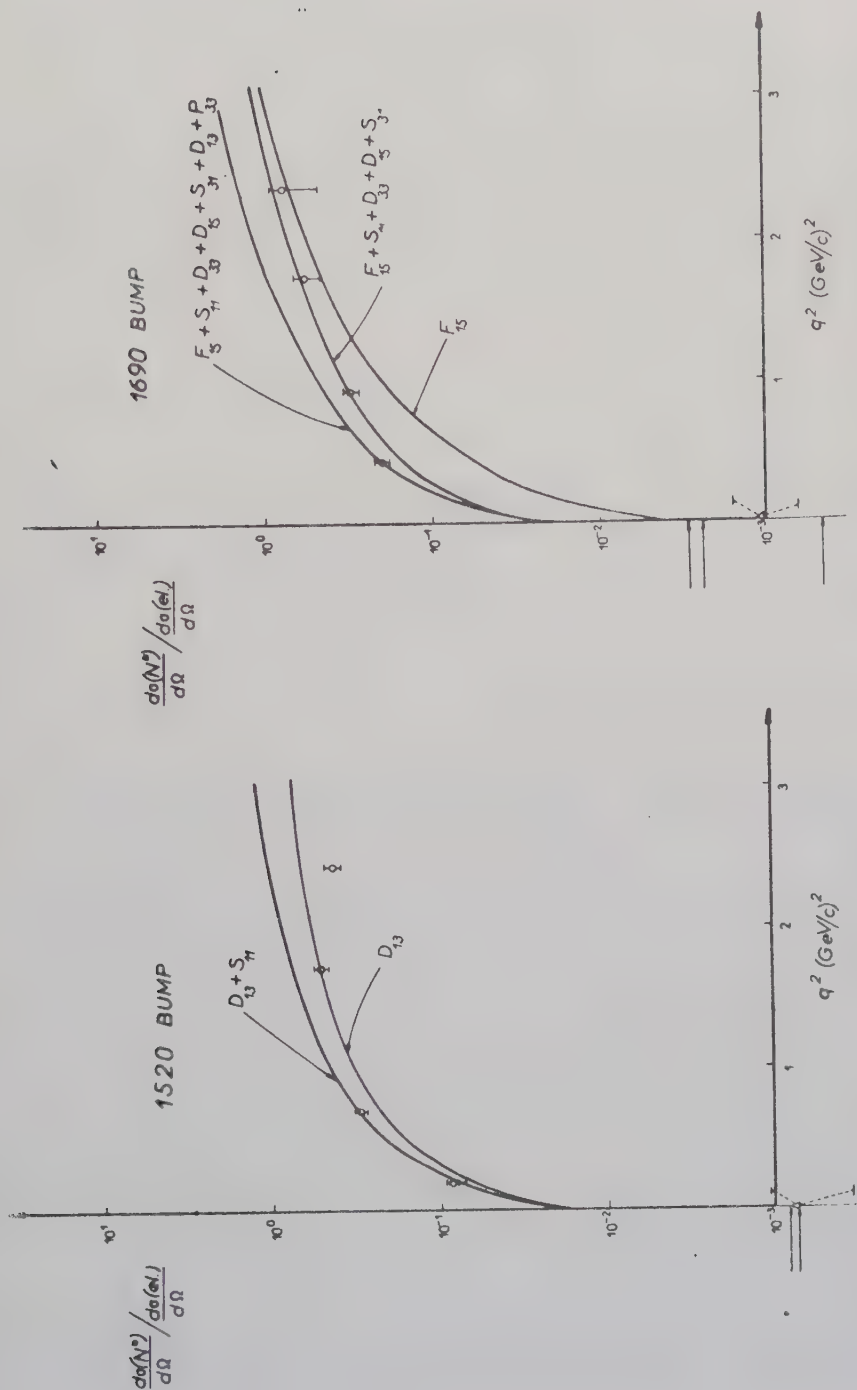


Fig. 6. The contributions of $S_{11}(1535)$ and $D_{13}(1520)$ to the ratio of the inelastic cross section to the elastic cross section at the 1520 bump (non-relativistic calculation in the frame where N* and N have equal and opposite velocities). The experimental points are taken from ref. [13].

Fig. 7. The contributions of $S_{31}(1640)$, $D_{13}(1675)$, $D_{15}(1680)$, $P_{33}(1688)$, $F_{15}(1690)$, $D_{33}(1691)$ and $S_{11}(1710)$ to the ratio of the inelastic cross section to the elastic cross section at the 1690 bump (non-relativistic calculation in the frame where N* and N have equal and opposite velocities). The experimental points are taken from ref. [13]. The intensities of the still uncertain resonances ($D_{13}(1675)$, $P_{33}(1688)$) are given on a separate curve.

model [15]. The forward value and the form of the curve strongly suggest that, besides the F_{15}, other resonances have important contributions to this bump.

To compare to experiment the contributions of the different resonances, we need detailed phenomenological analyses of coincidence experiments.

Our conclusion agrees with the comparison with Walker's analysis [16] of the Copley et al. predictions [7] of photoproduction amplitudes. Walker considered only D_{15} and F_{15} as contributions to the third bump; the predictions of the quark model are: a vanishing intensity for D_{15}, in agreement with experiment, and a dominant $A_{\frac{3}{2}}$ amplitude for F_{15}, too low by a factor of two. It is clear to us that *only a more detailed angular analysis of the third peak, including more resonances, can be compared to the quark model predictions.*

5.3. 1920 *Peak*

In this region we have one well-established resonance, the F_{37} and the still uncertain resonant waves [15], F_{35}, P_{31}, F_{17}, D_{35}. Fig. 8 shows the quark model predictions compared with experiment†.

Finally, πN phase-shift analysis shows, between the third and the fourth bumps, two resonances, $P_{11}(1751)$, second radial excitation in the quark model according to Dalitz, and $P_{13}(1860)$ ($L^P = 2^+, J = L - \frac{1}{2}$). The quark model predicts intensities of the same order as for $F_{15}(1690)$ or $D_{13}(1520)$. There is no evidence of these resonances in the electroproduction *missing mass* experiments.

I.1.f. RELATIVISTIC TREATMENTS

In the previous section, we tried to calculate the electroproduction with *non-relativistic* wave functions. Therefore we needed an optional frame for such non-relativistic calculations; we suggested it to be the Breit frame. In principle such a calculation could not be expected to hold up to large q^2. There is indeed a huge discrepancy for absolute magnitudes of the form factors at say $q^2 \simeq 3$. But we have found that the ratio

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(N^*) \Big/ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{elastic})$$

was pretty well described by this calculation even at $q^2 \simeq 3\ \text{GeV}^2$.

† The experimental points are only approximated and we do not know the errors: they are obtained from the values of $d^2\sigma/d\Omega\, d\epsilon'$ at the maximum of the peak reported in ref. [13], through the relation

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega\, d\epsilon'}\right)_{\max} \tfrac{1}{2}\pi\Gamma .$$

We take the width $\Gamma = 180$ MeV (from πN phase shift analysis for F_{37}) and a background (~ 70%, from ref. [13]) which is added incoherently to the resonant contributions.

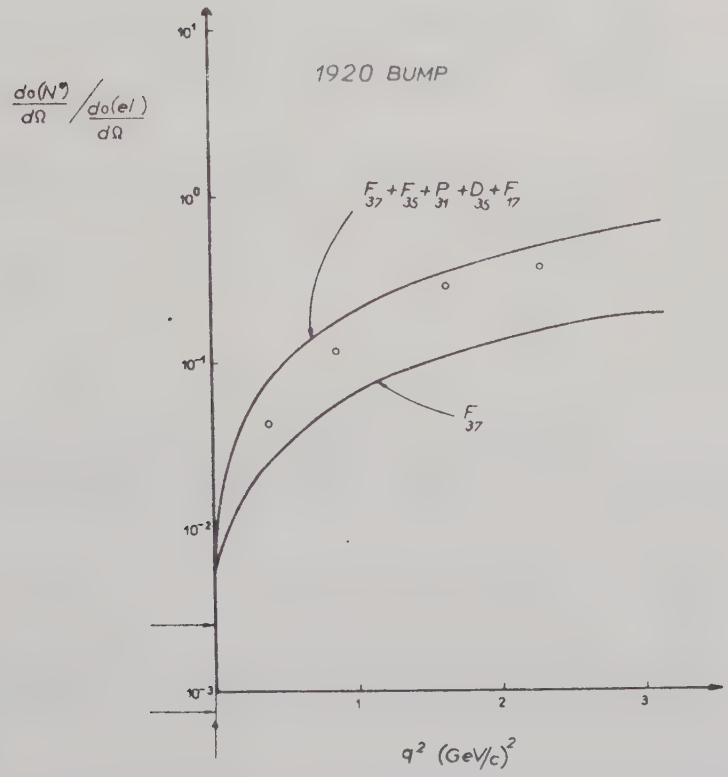


Fig. 8. The contributions of $F_{35}(1913)$, $P_{31}(1934)$, $F_{37}(1950)$, $D_{35}(1954)$ and $F_{17}(1983)$ to the ratio of the inelastic cross section to the elastic cross section at the 1920 bump (non-relativistic calculation in the frame where N^* and N have equal and opposite velocities). The experimental points are taken from ref. [13] (cf. footnote to subsect. 5.3).

However, neither this successs can be well understood, nor the absolute magnitudes explained, without resorting to some truly relativistic treatment.

In the literature there are two main attitudes in the relativistic treatment of the harmonic oscillator quark model.

6.1. *Covariant models*

Construct an explicitly covariant theory: a covariant interaction between quarks (four-dimensional harmonic oscillator), a covariant current, and relativistic spin states (Fujimura et al. [19], Feynman et al. [20]). However, the criterium of covariance of the theory leaves room to much arbitrariness, even if one keeps the additivity (so do Feynman et al., Fujimura et al. consider in fact a non-additive current). Feynman et al. and Fujimura et al. construct two different theories which give different predictions.

Feynman et al. slightly improve the non-relativistic quark model results for photoproduction amplitudes, strong and weak decays, but find a wrong elastic proton form factor, even at low q^2. They find, following two different hypothesis (cf. I.3.b.),

$$\frac{G_M^p(q^2)}{\mu_p} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{q^2}{4m^2}}} \exp\left[-\frac{q^2}{2\Omega}\left(1+\frac{q^2}{4m^2}\right)\right], \tag{16}$$

or

$$\frac{G_M^p(q^2)}{\mu_p} = \left(1+\frac{q^2}{4m^2}\right) \exp\left(-\frac{q^2}{\Omega}\right), \tag{17}$$

where $\Omega = 1.05\ \mathrm{GeV}^2$ is the reciprocal slope of the Regge trajectories and m is the proton mass.

Fujimura et al., using a different model, have studied isobar electroproduction and find too low values for $q^2 = 0$ but a correct elastic form factor, up to 25 GeV^2,

$$\frac{G_M^p(q^2)}{\mu_p} = \frac{1}{\left(1+\frac{q^2}{2m^2}\right)} \exp\left[-\frac{R^2q^2}{6\left(1+\frac{q^2}{2m^2}\right)}\right] \tag{18}$$

with $R^2 = 7.5\ \mathrm{GeV}^{-2}$.

6.2. *Boosted non-relativistic wave functions*

The second attitude consists in looking for relativistic corrections that do not break down the non-relativistic results. In this way, Licht and Pagnamenta [21] give a prescription for taking into account the Lorentz contraction of a non-relativistic spatial wave function when the bound state is moving with a high velocity. Assuming a quark form factor given by vector meson dominance, they find an elastic proton form factor in agreement with experiment up to 25 GeV^2,

$$\frac{G_M^p(q^2)}{\mu_p} = \frac{1}{\left(1+\frac{q^2}{m_\rho^2}\right)\left(1+\frac{q^2}{4m^2}\right)} \exp\left(-\frac{R^2q^2}{6\left(1+\frac{q^2}{4m^2}\right)}\right), \tag{19}$$

with $R^2 = 3/m^2$.

We shall apply here the Licht and Pagnamenta prescription to the calculation of the electroproduction transition form factors. Licht and Pagnamenta's main assumption is that the inner wave function is invariant when a quark moves on a world line parallel to the momentum of the c.m., $\boldsymbol{p}$.

The total wave function of the nucleon is assumed to be

$$\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \exp\left[-i(p^0 t - \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{R})\right] \psi_N^p(\{\boldsymbol{r}_i\}) , \tag{20}$$

where $\psi_N^p(\{\boldsymbol{r}_i\})$ means the probability amplitude for the quarks i ($i = 1, 2, 3$) to be in positions $\boldsymbol{r}_i$, the c.m. having momentum $\boldsymbol{p}$ and being at $\boldsymbol{R}$ at time t.

Then, let us introduce a multi-time inner wave function $\psi_N(\{\boldsymbol{r}_i, t_i\})$ which reduces to $\psi_N^p(\{\boldsymbol{r}_i\})$ for $t_i = 0$ and which, following the Licht and Pagnamenta hypothesis, verifies:

$$\psi_N^p(\{\boldsymbol{r}_i, t_i\}) = \psi_N^p(\{z_i' = z_i + v(t_i' - t_i), \boldsymbol{x}_i, t_i'\}) . \tag{21}$$

In (21), v is the c.m. velocity; $\{z_i\}$ are the projections of the quark positions in the direction of $\boldsymbol{p}$; $\{\boldsymbol{x}_i\}$ are the components of $\{\boldsymbol{r}_i\}$ perpendicular to $\boldsymbol{p}$.

We now make a Lorentz transformation at rest:

$$\psi_N^p(\{z_i', \boldsymbol{x}_i, t_i'\}) = \psi_N^{\text{rest}}\left(\left\{\frac{z_i' - vt_i'}{\sqrt{1-v^2}}, \boldsymbol{x}_i, \frac{t_i' - vz_i'}{\sqrt{1-v^2}}\right\}\right) , \tag{22}$$

where the multi-time wave function $\psi_N^{\text{rest}}(\{\boldsymbol{r}_i, t_i\})$ reduces to the spatial non-relativistic time-independent wave function at particular values of t_i, say $t_i = 0$. (†).

Then

$$\psi_N^p(\{\boldsymbol{r}_i\}) = \psi_N^{\text{rest}}\left(\left\{\frac{z_i}{\sqrt{1-v^2}}, \boldsymbol{x}_i\right\}\right) . \tag{23}$$

For the electroproduction, we calculate the transition form factors in the frame in which the proton and the isobar have equal and opposite velocities†

$$\begin{aligned} S^{\text{r}}_{\text{pN}^*}(q^2) &= \int \prod_{i=1}^{3} \mathrm{d}^3 r_i \, \delta\left(\tfrac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} \boldsymbol{r}_i\right) \psi^{p'}_{\text{N}^*}(\{\boldsymbol{r}_i\}) \\ e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}_3} \psi_N^p(\{\boldsymbol{r}_i\}) &= (1-v^2) S^{\text{nr}}_{\text{pN}^*}((1-v^2)q^2) \end{aligned} \tag{24}$$

where S^{r} and S^{nr} stand for the relativistic and the non-relativistic transition form factors.

Concerning spin, we keep the SU(6) wave functions, i.e., we have not considered the contribution of the so-called small components of the relativistic wave func-

† We do not well understand how this hypothesis of taking the Breit frame is justified in the Licht and Pagnamenta paper.

(†) Nous discutons de nouveau le problème de la dépendance dans le temps relatif dans la section I.2.d.

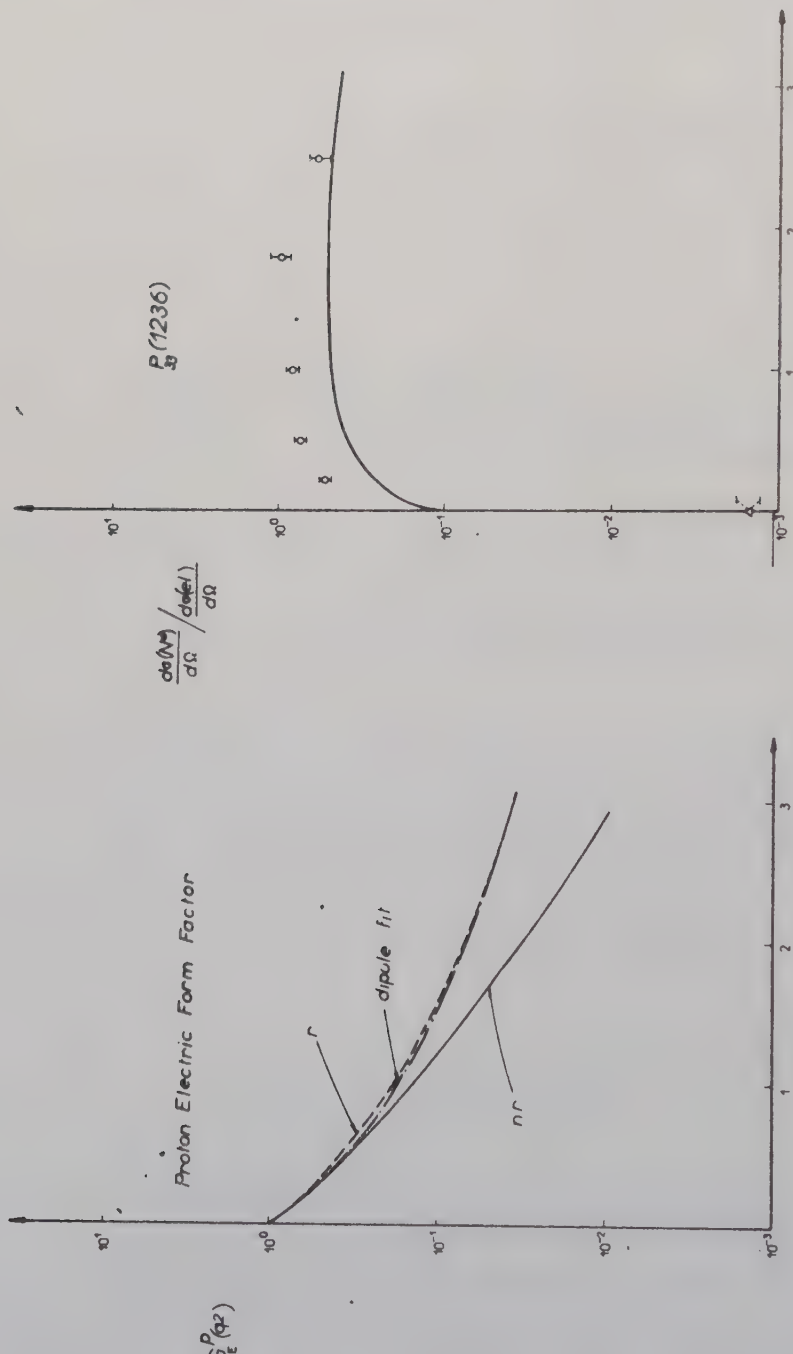


Fig. 9. The electric proton form factor. "n.r." stands for non-relativistic calculation; "r." stands for the form factor calculated taking into account the Lorentz contraction of the wave function. The third curve [illegible]

Fig. 10. The ratio of the inelastic cross section to the elastic cross section for P33(1236) taking into account the relativistic corrections to the wave function. The experimental points are taken from ref. [13].

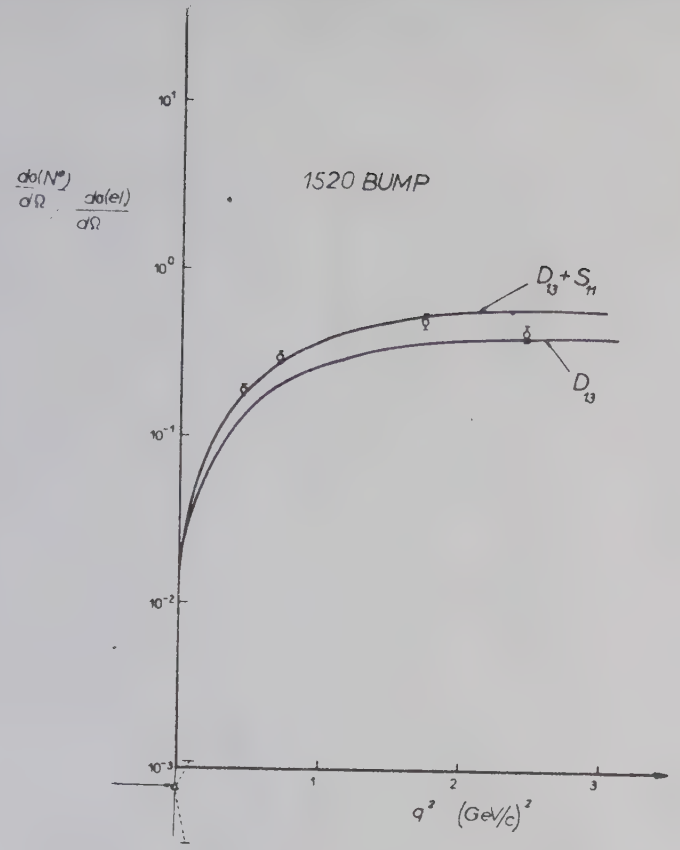


Fig. 11. The contributions of $S_{11}(1535)$ and $D_{13}(1520)$ to the ratio of the inelastic cross section to the elastic cross section at the 1520 bump (taking into account the relativistic corrections to the wave function). The experimental points are taken from ref. [13].

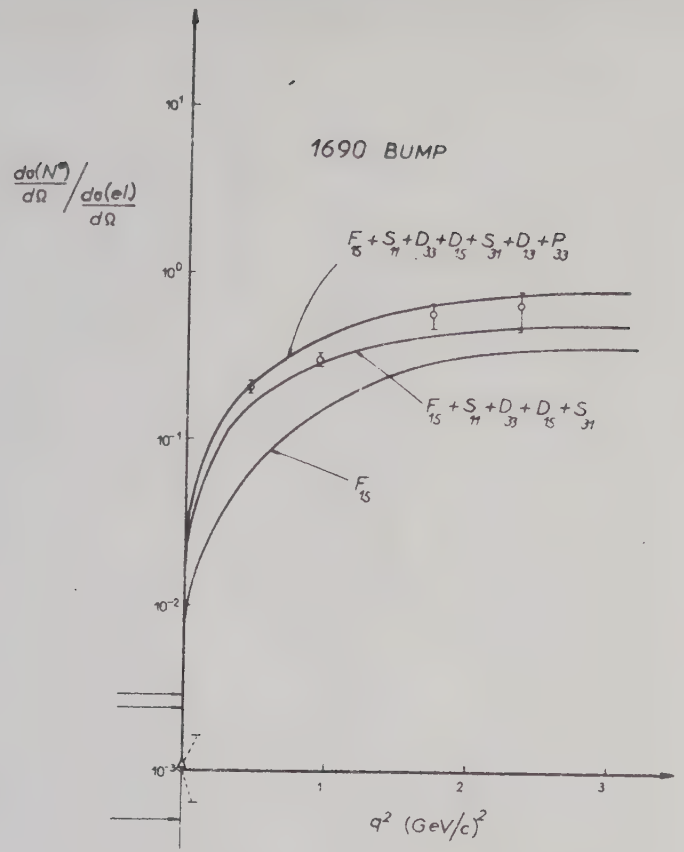


Fig. 12. The contributions of $S_{31}(1640)$, $D_{13}(1675)$, $D_{15}(1680)$, $P_{33}(1688)$, $F_{15}(1690)$, $D_{33}(1691)$ and $S_{11}(1710)$ to the ratio of the inelastic cross section to the elastic cross section at the 1690 bump (taking into account the relativistic corrections to the wave function). The experimental points are taken from ref. [13]. The intensities of the still uncertain resonances ($D_{13}(1675)$, $P_{33}(1688)$) are given on a separate curve.

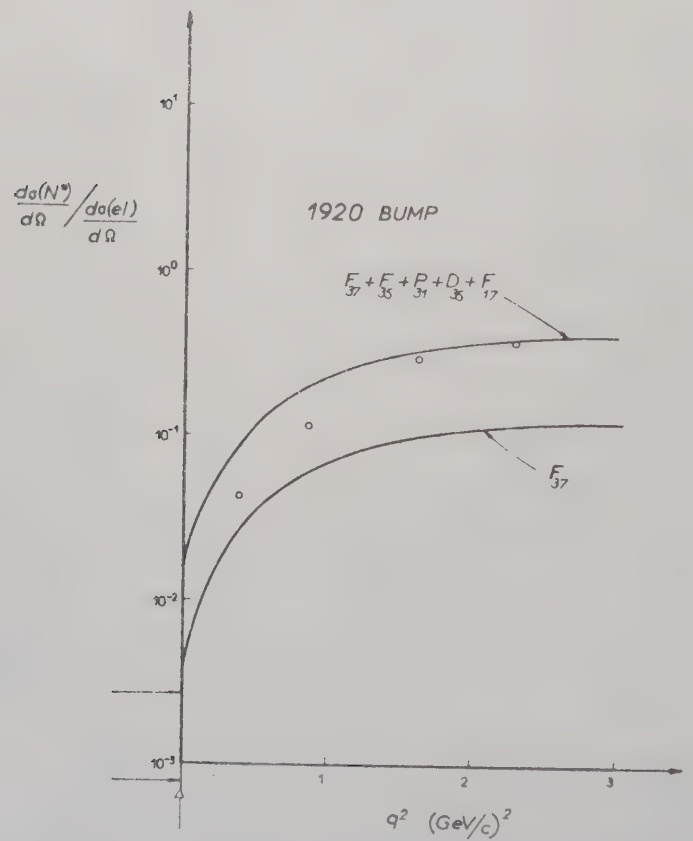


Fig. 13. The contributions of $F_{35}(1913)$, $P_{31}(1934)$, $F_{37}(1950)$, $D_{35}(1954)$ and $F_{17}(1983)$ to the ratio of the inelastic cross section to the elastic cross section at the 1920 bump (taking into account the relativistic corrections to the wave function). The experimental points are taken from ref. [13] (cf. footnote to subsect. 5.3).

tions, and we do not take into account relativistic corrections to the current. Both effects depend on the quark mass.

Figs. 10, 11, 12 and 13 give the comparison with experiment. We find as good results for the photoproduction and for the ratio

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(N^*) \Big/ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{elastic})$$

at $q^2 > 0$ as in the non-relativistic calculation; note that now we have a form factor close to the dipole fit (fig. 9) and that, in this way, the absolute values are largely improved if compared with the non-relativistic absolute values†.

† Footnote see next page.

One could ask why in fact the non-relativistic calculation in the Breit frame gives results close to the relativistic treatment. This we think is due to the weak q^2-dependence of the longitudinal momentum transfer; thus, only in such a frame is it possible that the Gaussian wave functions do not lead to an exponential behaviour of the ratios. Note that this argument is *specific to the harmonic oscillator.*

Although there is much ambiguity in all these relativistic treatments we think that a very interesting conclusion comes out of this section: *the smooth shapes of the elastic and inelastic form factors are not incompatible with the harmonic oscillator quark model and its Gaussian wave functions once relativity is taken into account.* (†).

We wish to thank A.Krzywicki, and M.Fontannaz for interesting comments; F. Lurcat for reading the manuscript, and Professor Lipkin for a critical discussion of a previous calculation of the ratio of the Coulomb form factors [4].

APPENDIX

We shall give here a general expression for the transition form factors for any isobar belonging to a **56** ($L^P = (\text{even})^+$) or **70** ($L^P = (\text{odd})^-$) SU(6) supermultiplet.

We indicate by $2S + 1$ the SU(3) multiplet and the total quark spin. We denote by ψ_S the spatial symmetric wave functions and by ψ', ψ'' the spatial mixed symmetric wave functions, respectively anti-symmetric and symmetric relative to the exchange of the positions of two quarks (say, 1 and 2). In the same way we denote the spin wave functions χ_S ($S = \frac{3}{2}$) and χ', χ'' ($S = \frac{1}{2}$), and the isospin wave functions ϕ_S ($I = \frac{3}{2}$) and ϕ', ϕ'' ($I = \frac{1}{2}$).

We note

$$[\psi\chi]_{JM} = \sum_{mm'} \langle Lm Sm' | JM \rangle \psi_L^m \chi_S^{m'} .$$

For a **56** supermultiplet, the totally symmetric wave functions are:

$$^2(8): \quad \sqrt{\tfrac{1}{2}}([\psi_S\chi']_{JM}\phi' + [\psi_S\chi'']_{JM}\phi'') , \tag{A.1}$$

$$^4(10): \quad [\psi_S\chi_S]_{JM}\phi_S . \tag{A.2}$$

† We have not used the same R^2 as Licht and Pagnamenta. We have determined it, as Copley et al., from the vanishing of the backward photoproduction amplitude for the $F_{15}(1690)$, but taking into account the Lorentz factor. This gives $R^2 = 6.4\ \text{GeV}^{-2}$ and the mass of the mediating particle is then $m_\chi = 870$ MeV.

(†) Dans le paragraphe II.2 nous formulons un traitement plus rigoureux du mouvement relativiste des hadrons. Cette étude montre que le calcul présent, qui considère seulement l'effet de contraction de Lorentz, tient compte des effets relativistes les plus significatifs à grand moment de transfer.

For a **70** supermultiplet:

$$^2(8): \quad \tfrac{1}{2}\{([\psi''\chi']_{JM} + [\psi'\chi'']_{JM})\phi' + ([\psi'\chi']_{JM} - [\psi''\chi'']_{JM})\phi''\}\,, \tag{A.3}$$

$$^4(8): \quad \sqrt{\tfrac{1}{2}}([\psi'\chi^S]_{JM}\phi' + [\psi''\chi^S]_{JM}\phi'')\,, \tag{A.4}$$

$$^2(10): \quad \sqrt{\tfrac{1}{2}}([\psi'\chi']_{JM} + [\psi''\chi'']_{JM})\phi^S\,. \tag{A.5}$$

Taking into account the symmetry of the wave functions we can calculate the matrix elements for the quark 3 and multiply the result by 3. Because of the vanishing of the spatial matrix elements $\langle\psi'|\hat{T}(3)|\psi^S\rangle = 0$, the spin contributions $\langle\chi'|\hat{S}(3)|\chi''\rangle = 0$, and $\langle\phi''|\hat{e}(3)|\phi''\rangle = 0$, only one term of the preceding wave functions contributes to the matrix elements.

Then the Coulomb, magnetic, and electric form factors are given by (the definition can be found in ref. [22])

$$|f_C|^2 = 9\pi N^2 |\langle\phi_f|\hat{e}(3)|\phi_i\rangle|^2 (2J_f+1)\, |\langle\psi_L^m|j_L(|q|r_3)\, Y_L^m(\hat{r}_3)|\psi_o\rangle|^2 \times |\langle\chi_f|\chi_i\rangle|^2\,, \tag{A.6}$$

$$\begin{aligned}|f_M|^2 = {} & 9\pi N^2 |\langle\phi_f|\hat{e}(3)|\phi_i\rangle|^2 (2J_f+1) q^2 \mu_p^2 |\langle\chi_f|\,|\sigma(3)|\,|\chi_i\rangle|^2 \\ & \times |\langle\psi_L^m|j_L(|q|r_3)\, Y_L^m(\hat{r}_3)\,|\psi_o\rangle|^2 \\ & \times \begin{Bmatrix} J_f & \frac{1}{2} & J \\ 1 & L & S_f \end{Bmatrix}^2 \times \begin{cases} J & \text{if} \quad J = L-1 \\ J+1 & \text{if} \quad J = L+1 \end{cases},\end{aligned} \tag{A.7}$$

$$\begin{aligned}|f_E|^2 = {} & 9\pi N^2 |\langle\phi_f|\hat{e}(3)|\phi_i\rangle|^2 \frac{L(L+1)(2J_f+1)}{M_q^2 R^2 (q^2R^2)} |\langle\psi_L^m|j_L(|q|r_3)\, Y_L^m(\hat{r}_3)|\psi_o\rangle|^2 \\ & \times \left[\langle\chi_f|\chi_i\rangle - \boldsymbol{\varepsilon}\langle\chi_f|\,|\sigma(3)|\,|\chi_i\rangle \tfrac{1}{2} g_q(R^2q^2)\sqrt{\frac{2L+1}{L(L+1)}} \begin{Bmatrix} J_f & L & \frac{1}{2} \\ 1 & S & L \end{Bmatrix}\right]^2\end{aligned} \tag{A.8}$$

$$(|f_M|^2 + |f_E|^2 = |f_+|^2 + |f_-|^2)\,. \qquad \boldsymbol{\varepsilon} = (-1)^{L+S+J_f}$$

The matrix elements and the constants that contribute to (A.6), (A.7) and (A.8) are the following.

For a **56**, $L^P = (\text{even})^+$,

$$\begin{aligned}&|\langle\psi_L^{Sm}|j_L(|q|r_3)\, Y_L^m(\hat{r}_3)|\psi_o^S\rangle|^2 \\ &\quad = \frac{1}{12\pi} \frac{(L+1)!\,(2+\delta_{Lo})^2}{(2L+2)!\,(1+2^{L-1})} (R^2q^2)^L \exp(-\tfrac{1}{3}R^2q^2)\,.\end{aligned} \tag{A.9}$$

For $S = \frac{1}{2}, I = \frac{1}{2}$,

$$N = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,, \qquad |\langle\phi'|\hat{e}(3)|\phi'\rangle|^2 = \tfrac{4}{9}\,, \qquad \langle\chi'||\sigma(3)||\chi'\rangle = +\sqrt{6}\,.$$

For $S = \frac{3}{2}, I = \frac{3}{2}$,

$$N = 1\,, \qquad |\langle\phi^S|\hat{e}(3)|\phi''\rangle|^2 = \tfrac{2}{9}\,, \qquad \langle\chi^S||\sigma(3)||\chi''\rangle = \frac{4}{\sqrt{3}}\,.$$

For a 70, $L^P = (\text{odd})^-$,

$$|\langle\psi^{''m}_L|j_L(|q|r_3)\,Y^m_L(\hat{r}_3)|\psi^S_0\rangle|^2 = \frac{1}{4\pi(2L+1)!!\,3^L}\,(R^2q^2)^L \exp(-\tfrac{1}{3}R^2q^2)\,. \tag{A.10}$$

For $S = \frac{1}{2}, I = \frac{1}{2}$,

$$N = \tfrac{1}{2}\,, \qquad |\langle\phi'|\hat{e}(3)|\phi'\rangle|^2 = \tfrac{4}{9}\,, \qquad \langle\chi'||\sigma(3)||\chi'\rangle = \sqrt{6}\,.$$

For $S = \frac{1}{2}, I = \frac{3}{2}$,

$$N = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,, \qquad |\langle\phi^S|\hat{e}(3)|\phi''\rangle|^2 = \tfrac{2}{9}\,, \qquad \langle\chi''||\sigma(3)||\chi''\rangle = -\sqrt{\tfrac{5}{3}}\,.$$

Finally, if we have a 56, $L^P = 0^+$ and radial excitation $N = 1$, the matrix element (A.9) must be substituted by:

$$|\langle\psi^S_{N=1}|j_0(|q|r_3)|\psi^S_0\rangle|^2\,\frac{1}{4\pi} = \frac{1}{4\pi}\,\left(\tfrac{1}{108}q^2R^2\right)^2 \exp(-\tfrac{1}{3}q^2R^2)\,. \tag{A.11}$$

REFERENCES

[1] N.S.Thornber, Phys. Rev. 169 (1968) 1096.
[2] J.D.Bjorken and J.D.Walecka, Ann. of Phys. 38 (1966) 35.
[3] K.Fujimura, T.Kobayashi, T.Kobayashi, M.Namiki, Progr. Theor. Phys. 37 (1967) 916; 38 (1967) 210.
[4] A.Le Yaouanc, L.Oliver, O.Pène, J.C.Raynal, LPTHE Orsay, preprint no. 70/23.
[5] D.Faiman and A.W.Hendry, Phys. Rev. 173 (1968) 1720.
[6] D.Faiman and A.W.Hendry, Phys. Rev. 180 (1969) 1609.
[7] L.A.Copley, G.Karl, E.Obryk, Nucl. Phys. B13 (1969) 303.
[8] D.R.Harrington and A.Pagnamenta, Phys. Rev. 173 (1968) 1599.
[9] A.Le Yaouanc, L.Oliver, O.Pène, J.C.Raynal, Nucl. Phys. B29 (1971) 204.
[10] A.Donnachie, R.Kirsopp, C.Lovelace, Phys. Letters 26B (1968) 161.
[11] R.H.Dalitz, Excited nucleons and baryonic supermultiplets in pion-nucleon scattering (edited by G.L.Shaw and D.Y.Wong), Wiley (1969).
[12] A.Le Yaouanc, L.Oliver, O.Pène, J.C.Raynal, Nucl. Phys. B37 (1972) 541.
[13] L.W.Mo, SLAC-PUB-660 (1969).
[14] A.B.Clegg, Report to the Liverpool Symposium on electron and photon interactions at high energies (Daresbury, 1969).
[15] R.J.Plano, Report to the Kiev Conf. on elementary particles (1970).
[16] R.L.Walker, Report to the Liverpool Symposium on electron and photon interactions at high energies (Daresbury, 1969).
[17] G.Moorhouse, Phys. Rev. Letters 16 (1966) 771.
[18] C.Becchi and G.Morpurgo, Phys. Letters 17 (1965) 352.
[19] K.Fujimura, T.Kobayashi, M.Namiki, Progr. Theor. Phys. 44 (1970) 193.
[20] R.P.Feynman, M.Kislinger, F.Ravndal, CALT-68-283.
[21] A.L.Licht and A.Pagnamenta, Phys. Rev. D2 (1970) 1150; Phys. Rev. D2 (1970) 1156.
[22] T.De Forest and J.R.Walecka, Adv. in Phys. 15 (1966) 1.

I.2.- Un traitement relativiste du mouvement des hadrons.

Dans le paragraphe I.1.d nous avons comparé à l'expérience un modèle qui incorporait la contraction de Lorentz des fonctions d'onde d'espace. Le développement non-relativiste du courant était limité à l'ordre $1/m_q$, aux termes convectif $\frac{1}{2m_q}(\vec{p}_i + \vec{p}_i') \cdot \vec{\varepsilon}$ et magnétique $\frac{1}{2m_q} i \vec{\sigma}_i \cdot (\vec{q} \wedge \vec{\varepsilon})$. La fonction d'onde de spin était exprimée en termes de spineurs de Pauli. Nous avons introduit des facteurs de forme électromagnétiques pour les quarks de type polaire

$$f(q^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{|q^2|}{m_\rho^2}\right)} \qquad \text{(I.2.1)}$$

où m_ρ est la masse de l'état lié $q\bar{q}$ (le méson ρ pour la partie isovectorielle) ayant les mêmes nombres quantiques que le photon.

Avec ce traitement simple, nous avons obtenu un accord quantitatif avec l'expérience pour les bosses de 1520, 1690 et 1920 MeV. Pour le $P_{33}(1236)$ il y a un désaccord de presque un facteur 2, lié au problème non résolu du désaccord entre la prédiction de SU(6) pour le couplage magnétique dipolaire N-Δ-γ

$$r = \frac{\mu^*}{\mu_p^{tot}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \qquad \text{(I.2.2)}$$

et la valeur expérimentale $r = 1.28 \pm 0.02$ ([1]).

Nous allons présenter maintenant un traitement relativiste du mouvement du centre de masse des hadrons qui a été formulé dans notre travail sur la neutrino-production d'isobares du nucléon ([2]). Cette méthode nous permettra de montrer que le modèle précédent tenait compte en fait des effets relativistes les plus significatifs.

I.2.a. Contraction de Lorentz et boost des spineurs.

Dans le traitement relativiste développé dans notre arti-

cle ([2]) nous tenons compte des grandes vitesses du centre de masse des hadrons par l'application de transformations de Lorentz pures aux fonctions d'onde (de SU(6) et de l'oscillateur harmonique) au repos. Ainsi nous considérons deux effets: la contraction de Lorentz de la fonction d'onde d'espace et l'effet des matrices de boost sur les spineurs des quarks.

Les principaux traits du modèle sont les suivants. Pour le courant électromagnétique des quarks nous prenons un courant minimal $\bar{q}\gamma_\mu q$ affecté d'un facteur de forme (I.2.1), dû à la dominance des états liés $q\bar{q}$ couplés au photon. Cette formulation n'est pas tout à fait consistante puisque si les quarks présentent une structure électromagnétique ([3]) il faudrait aussi leur attribuer un moment magnétique anomal . Cette possibilité n'est pas exclue si l'on veut décrire la valeur absolue du moment magnétique du nucléon tenant compte des corrections dues au mouvement relativiste interne; ce point est discuté dans II.2.f. ce qui concerne les fonctions d'onde au repos, nous adoptons les fonctions d'onde de SU(6)-oscillateur harmonique, mais en modifiant la partie de spin. Nous écrivons celle-ci en termes de spineurs de Dirac libres de la forme

$$u(i) = \begin{pmatrix} \chi(i) \\ \mu_q \vec{\sigma}_i \cdot \vec{P}_i \chi(i) \end{pmatrix} \qquad \text{(I.2.3)}$$

$\sqrt{\langle P_i^2 \rangle}$ est relié aux dimensions spatiales du hadron, c'est à dire, au paramètre R^2 de l'oscillateur harmonique. Si l'on adopte

$$\mu_q \simeq \frac{1}{2m_q} \simeq \frac{3}{2m_N} \qquad \text{(I.2.4)}$$

cette forme simple des spineurs conduit à un opérateur moment magnétique (entre spineurs de Pauli) de l'ordre de grandeur voulu.

Cette hypothèse de factorisation de la fonction d'onde de spin en termes de spineurs de Dirac libres est justifiée qualitativement parce-que nous considérons des particules effectives

- quasilibres - de faible masse ([4]). Dans la partie II nous approfondirons cette hypothèse simple et nous allons voir qu'elle a d'importantes conséquences pour les éléments de matrice axiaux.

Par la symmétrie de nos fonctions d'onde, nous avons affaire à des éléments de matrice de la forme

$$\langle \hat{\psi}_f | \, \theta(3) \, | \hat{\psi}_i \rangle \qquad \text{(I.2.5)}$$

où $\theta(3)$ est un opérateur agissant sur le troisième quark et $\hat{\psi}$ sont les fonctions d'onde complètes pour les hadrons <u>en mouvement</u>,

$$\hat{\psi}_{\vec{P}}(\{\vec{p}_i\}) = \delta\Big(\sum_{i=1}^{3} \vec{p}_i - \vec{P}\Big)\, \psi_{\vec{P}}(\{\vec{p}_i\}) \qquad \text{(I.2.6)}$$

où $\psi_{\vec{P}}(\{\vec{p}_i\})$ est la fonction d'onde <u>interne</u>.

Pour obtenir les fonctions d'onde $\psi_{\vec{P}}$ des hadrons en mouvement, nous appliquons un boost de Lorentz aux fonctions d'onde au repos ([5]),

$$\psi_{\vec{P}}(\{\vec{p}_i\}) = N\Big(\prod_{i=1}^{3} S_i(\vec{\beta})\Big)\, \psi_{\vec{P}=0}(\{\vec{p}_i'\}) \qquad \text{(I.2.7)}$$

où $S_i(\vec{\beta})$ est la matrice de boost pour le i-ème quark, $\vec{P}$ et $\vec{\beta}$ l'impulsion et la vitesse du centre de masse et N une constante de normalisation fixée pour que la charge soit indépendante de l'état de mouvement du hadron. Dans (I.2.7), les arguments de la fonction d'onde au repos sont contractés de Lorentz (le hadron est supposé en mouvement suivant Oz),

$$\tilde{\vec{p}}_i' = \begin{cases} \left(p_{iz} - \frac{P}{3}\right)\sqrt{1-\beta^2} \\ \vec{p}_{i\perp} \end{cases} \qquad \text{(I.2.8)}$$

$\{\vec{p}_i\}$ et $\{\vec{p}_i'\}$ désignent respectivement les impulsions des quarks dans le repère où le hadron est animé d'une impulsion $\vec{P}$ et dans le repère au repos.

Choisissant le repère où $\vec{\beta}_N = -\vec{\beta}_{N^*}$ nous obtenons des éléments de matrice relativement simples, de la forme

$$\langle \hat{\psi}_f | O(0) | \hat{\psi}_i \rangle = \frac{N_i N_f}{(1-\beta^2)} \int \psi^{\dagger}_{\vec{P}=0}\left(\vec{p}_1 - \frac{\vec{q}}{9}, \vec{p}_2 - \frac{\vec{q}}{3}, \vec{p}_3 + \frac{2\vec{q}}{9}\right) \times$$

$$\times S_3^{-1} O(3) S_3 \psi_{\vec{P}=0}(\{\vec{p}_i\}) \delta\left(\sum_{j=1}^{3} \vec{p}_j\right) \prod_{k=1}^{3} d\vec{p}_k \qquad \text{(I.2.9)}$$

Nous adoptons maintenant l'approximation suivante, qui n'est justifiée que par des raisons de simplicité: nous faisons un dévéloppement limité, gardant les termes convectif $\frac{(\vec{p}_i + \vec{p}_i')}{2m_q}$ et magnétique $\frac{i\vec{\sigma}_i \cdot (\vec{q} \times \vec{\varepsilon})}{2m_q}$ au premier ordre en $1/m_q$. Qualitativement, les effets les plus importants sont ceux dus au movement externe (du centre de masse du hadron), qui ont un comportement critique lorsque $\beta \to 1$. Quantitativement les effets dus au mouvement interne ne sont pas négligéables, puisque $|\vec{p}_i|/m_q$ n'est pas petit, mais on peut en tenir compte grossièrement en ajustant le moment magnétique normal du quark par la relation (I.2.4) ([6]).

I.2.b. Résultats pour les multipoles.

Dans la Table I.2.III nous montrons les résultats de ce calcul semirelativiste pour les éléments de matrice réduits coulombien S_J, longitudinal L_J, magnétique M_J et électrique E_J des opérateurs multipolaires dont la définition générale est donnée par la Table I.2.I. Dans la Table I.2.II nous présentons ces opérateurs en termes des opérateurs agissant sur les quarks. Les notations de la Table I.2.III sont évidentes (cf. Appendice de I.1). Les propriétés de réalité des éléments de matrice ne sont pas spécifiques au modèle des quarks, mais découlent des propriétés de transformations du courant par rapport au renversement du temps. Notons que les règles de sélection multipolaires du modèle non-relativiste ne sont pas affectées par ce calcul semirelativiste.

Dans la Table I.2.III, l'expression de la fonction d'onde de spin en termes de spineurs de Dirac et le boost du centre

$\hat{S}_{J\lambda}(q) = \int d\vec{x}\; j_J(qx)\, Y_J^{\lambda}(\hat{x})\, J_0(\vec{x})$
$\hat{L}_{J\lambda}(q) = -\frac{i}{q}\int d\vec{x}\left[\vec{\nabla}_{\vec{x}} \cdot j_J(qx)\, Y_J^{\lambda}(\hat{x})\right] \cdot \vec{J}(\vec{x})$
$\hat{E}_{J\lambda}(q) = \frac{1}{q}\int d\vec{x}\left[\vec{\nabla}_{\vec{x}} \wedge \left(j_J(qx)\, \vec{Y}_{JJ}^{\lambda}(\hat{x})\right)\right] \cdot \vec{J}(\vec{x})$
$\hat{M}_{J\lambda}(q) = \int d\vec{x}\; j_J(qx)\, \vec{Y}_{JJ}^{\lambda}(\hat{x}) \cdot \vec{J}(\vec{x})$

TABLE I.2.I

Opérateurs Multipolaires

$$\hat{S}_{J\lambda}(q) = f(q^2) \sum_i \left[j_J(\tilde{q} r_i) Y_J^\lambda(\hat{r}_i) \right] \hat{e}(i)$$

$$\hat{L}_{J\lambda}(q) = (-i) f(q^2) \sum_j \left\{ \frac{1}{i m_q \tilde{q}} \left[\vec{\nabla}_{r_j} j_J(\tilde{q} r_j) Y_J^\lambda(\hat{r}_j) \right] \cdot \vec{\nabla}_{r_j} + \right.$$

$$\left. + i \frac{\tilde{q}}{3 m_q} \left[j_J(\tilde{q} r_j) Y_J^\lambda(\hat{r}_j) \right] \right\} \hat{e}(j)$$

$$\hat{M}_{J\lambda}(q) = \gamma f(q^2) \sum_j \left\{ \frac{1}{i m_q} \left[j_J(\tilde{q} r_j) \vec{Y}_{JJ}^\lambda(\hat{r}_j) \right] \cdot \vec{\nabla}_{r_j} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{3 m_q} + \frac{1}{m_p + m_{p'}} \right) \left[\vec{\nabla}_{r_j} \wedge j_J(\tilde{q} r_j) \vec{Y}_{JJ}^\lambda(\hat{r}_j) \right] \cdot \vec{\sigma}(j) \right\} \hat{e}(j)$$

$$\hat{E}_{J\lambda}(q) = \gamma f(q^2) \sum_j \left\{ \frac{1}{i m_q \tilde{q}} \left[\vec{\nabla}_{r_j} \wedge j_J(\tilde{q} r_j) \vec{Y}_{JJ}^\lambda(\hat{r}_j) \right] \cdot \vec{\nabla}_{r_j} \right.$$

$$\left. + \tilde{q} \left(\frac{1}{3 m_q} + \frac{1}{m_p + m_{p'}} \right) j_J(\tilde{q} r_j) \vec{Y}_{JJ}^\lambda(\hat{r}_j) \cdot \vec{\sigma}(j) \right\} \hat{e}(j)$$

$$f(q^2) = \frac{1}{1 + \frac{|q^2|}{m_\rho^2}}, \quad \gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}, \quad \tilde{q} = |\vec{q}| \sqrt{1-\beta^2}$$

TABLE I.2.II

Opérateurs multipolaires en termes d'opérateurs agissant sur l
quarks.

$$S_J = \eta^3 f(q^2) \sqrt{2J_f+1} \langle j_L \gamma_L \rangle \langle \hat{e}(3) \rangle$$

$$L_J = \eta^3 f(q^2) \sqrt{2J_f+1} \left\{ \frac{1}{m_q R^2} \left[\frac{L}{(2L+1)} \langle \gamma_3 j_{L-1} \gamma_L \rangle - \frac{(L+1)}{(2L+1)} \langle \gamma_3 j_{L+1} \gamma_L \rangle \right] + \frac{\tilde{q}}{3m_q} \langle j_L \gamma_L \rangle \right\} \delta_{J,L} \langle \hat{e}(3) \rangle$$

$$M_J = i \varepsilon \eta^3 \gamma f(q^2) \tilde{q} \left(\frac{1}{3m_q} + \frac{1}{m_N + m_{N^*}} \right) \sqrt{2J_f+1} \langle j_L \gamma_L \rangle \times \left(\sqrt{J+1}\, \delta_{J,L+1} - \sqrt{J}\, \delta_{J,L-1} \right) \begin{Bmatrix} J & S_i & J_f \\ S_f & L & 1 \end{Bmatrix} \langle \| \vec{\sigma}(3) \| \rangle \langle \hat{e}(3) \rangle$$

$$E_J = \eta^3 \gamma f(q^2) \sqrt{2J_f+1} \langle j_L \gamma_L \rangle \delta_{J,L} \left\{ \varepsilon \tilde{q} \left(\frac{1}{3m_q} + \frac{1}{m_N + m_{N^*}} \right) (2L+1)^{1/2} \begin{Bmatrix} J & S_i & J_f \\ S_f & L & 1 \end{Bmatrix} \langle \| \vec{\sigma}(3) \| \rangle - \frac{\delta_{J_f S_i}}{m_q R^2 \tilde{q}} \sqrt{L(L+1)} \right\} \langle \hat{e}(3) \rangle$$

$$\varepsilon = (-1)^{L+S_f+J_f}, \quad \eta = (-1)^{J+S_i-J_f}$$

$$f(q^2) = \frac{1}{1 + \frac{|q^2|}{m_\rho^2}}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \tilde{q} = |\vec{q}| \sqrt{1-\beta^2}$$

TABLE I.2.III

Eléments de matrice réduits des opérateurs multipolaires.

de masse conduisent à l'expression

$$\frac{2}{3}\mu_q + \frac{1}{m_N + m_{N^*}} \qquad \text{(I.2.9)}$$

au lieu de (I.2.4) dans les résultats du calcul du paragraphe I.1.

A différence des calculs non-relativistes, $|\vec{q}|$ est maintenant remplacé par

$$\tilde{q} = |\vec{q}|\sqrt{1-\beta^2} \qquad \text{(I.2.10)}$$

Finalement, l'effet des matrices de boost sur les spineurs des quarks est d'introduire un facteur

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{(I.2.11)}$$

de dilatation pour les multipoles transverses E_J, M_J.

I.2.c. Conservation du courant électromagnétique.

Voyons maintenant que notre traitement semirelativiste préserve l'invariance de jauge dans la limite oú le spectre de masse est donné par l'oscillateur harmonique. Dans cette limite voyons que l'on a, en effet, la contrainte imposée par la conservation du courant entre les multipoles coulombien S_J et longitudinal L_J,

$$|\vec{q}| L_J = q^0 S_J \qquad \text{(I.2.12)}$$

Considérons le cas des fonctions d'onde symmétriques correspondant aux états d'excitation orbitale L, $\psi_L^S(\{\vec{x}_i\})$. Les éléments de matrice d'espace de la Table I.2.III sont donnés par

$$\langle \psi_L^{Sm} | j_L(\tilde{q} r_3) Y_L^m(\hat{r}_3) | \psi_{L=0}^S \rangle =$$

$$\frac{1}{\pi}\frac{1}{\sqrt{6}}\frac{(2+\delta_{L0})}{(1+2^{L-1})^{1/2}}\left(\frac{L!}{(2L+1)!}\right)^{1/2}(\tilde{q}R)^L \exp\left(-\frac{\tilde{q}^2R^2}{6}\right) \qquad \text{(I.2.13)}$$

$$\langle \psi_L^{S,m} | j_J(\tilde{q}r_3)\, Y_L^m(\hat{r}_3)\, r_3 | \psi_{L=0}^{S} \rangle =$$

$$= \frac{\hat{L}}{(2+\delta_{L0})} \langle \psi_L^{S,m} | j_L(\tilde{q}r_3)\, Y_L^m(\hat{r}_3) | \psi_{L=0}^{S} \rangle \times \qquad \text{(I.2.14)}$$

$$\times \frac{1}{\tilde{q}} \left[\frac{\tilde{q}^2 R^2}{3} \left(\frac{L}{2L+3}\right) \delta_{L0} + \frac{\tilde{q}^2 R^2}{3} \delta_{L+1,J} + \left(2L+1-\frac{\tilde{q}^2 R^2}{3}\right) \delta_{L-1,J} \right]$$

Dans le cas élastique (I.2.12) est trivialement vérifié puisque dans le repère de Breit on a $q^0_{\text{élastique}} = 0$, et $L_J = 0$.

Lorsque $L \neq 0$, nous avons, de la Table I.2.III et des formules précédentes,

$$\frac{L_J}{S_J} = \frac{L}{m_q R^2 \tilde{q}} = \frac{L}{m_q R^2 |\vec{q}| \sqrt{1-\beta^2}} = \frac{L\omega}{|\vec{q}| \sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{(I.2.15)}$$

puisque l'espacement entre les niveaux de l'oscillateur harmonique est donné par $\omega = (m_q R^2)^{-1}$. Mais, L étant le nombre d'excitations, on a

$$L\omega = m_{N^*} - m_N \qquad \text{(I.2.16)}$$

et dans le repère des vitesses égales que nous avons choisi,

$$\frac{m_N}{\sqrt{1-\beta^2}} = E_N, \qquad \frac{m_{N^*}}{\sqrt{1-\beta^2}} = E_{N^*} \qquad \text{(I.2.17)}$$

Nous avons, par conséquent,

$$|\vec{q}|\, L_J = (E_{N^*} - E_N) S_J = q^0 S_J \qquad \text{(I.2.18)}$$

<u>Notre calcul semirelativiste préserve donc l'invariance de jauge</u>.

Puisque dans les calculs pratiques nous brisons le spectre du modèle en couches en adoptant les masses physiques, nous imposons la conservation du courant en calculant L_J par la relation

$$L_J \equiv \frac{q^0}{\tilde{q}} S_J \qquad \text{(I.2.19)}$$

I.2.d. Dépendance des fonctions d'onde dans le temps relatif.

Discutons finalement la dépendance des fonctions d'onde par rapport au temps relatif qui est implicitement contenue dans notre méthode. L'hypothèse physique de base est que la fonction d'onde interne au repos est indépendante du temps relatif.

Pour la fonction d'onde globale au repos on a donc,

$$\psi_{\vec{P}=0}(\{\vec{r}_i, t_i\}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp\left(-i\frac{M}{3}\sum_{i=1}^{3} t_i\right) \psi_{\vec{P}=0}(\{\vec{r}_i\}) \qquad \text{(I.2.20)}$$

où M est la masse du hadron.

La fonction d'onde en mouvement (nous oublions ici la partie de spin) est alors donnée par

$$\psi_{\vec{P}}(\{\vec{r}_i, t_i\}) = \frac{M}{(2\pi)^{3/2}} \exp\left[-i\frac{M}{3}\sum_j \frac{(t_j - \beta r_{j3})}{\sqrt{1-\beta^2}}\right] \psi_{\vec{P}=0}\left(\left\{\frac{r_{i3} - \beta t_i}{\sqrt{1-\beta^2}}, \vec{r}_{i\perp}\right\}\right) \qquad \text{(I.2.21)}$$

où $\vec{P} = (\vec{0}, P_z)$.

A partir de (I.2.21) nous définissons la fonction d'onde dépendante du temps global T en faisant $t_i = T$ (i=1,2,3). Nous obtenons, puisque la fonction d'onde interne est invariante par translation,

$$\psi_{\vec{P}}(\{\vec{r}_i, t_i = T\}) = \frac{M}{(2\pi)^{3/2}} \exp(-iET) \exp(i\vec{P}\cdot\vec{R}) \psi_{\vec{P}=0}\left(\left\{\frac{r_{i3}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \vec{r}_{i\perp}\right\}\right) \qquad \text{(I.2.22)}$$

où $\vec{R} = \frac{1}{3}\sum \vec{r}_i$, et $\vec{P}$, E sont l'impulsion et l'énergie du centre de masse.

La fonction d'onde en représentation de Heisenberg (indépendante du temps) est choisie pour T=0. Alors, dans l'espace des impulsions, on a les formules (I.2.7) et (I.2.8).

I.2.e. Applications.

Voyons maintenant que le traitement semirelativiste que nous venons de décrire ne conduit pas à des résultats quantitatifs se

siblement différents de ceux du paragraphe I.1.d, où nous avions tenu compte de la contraction de Lorentz dans le calcul des éléments de matrice de transition

$$\langle \psi_f | e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_3} | \psi_i \rangle$$

Ces éléments de matrice dépendaient donc du transfert contracté $\tilde{q} = |\vec{q}| \sqrt{1-\beta^2}$. Puisque, intuitivement, la contraction de Lorentz n'affecte que les fonctions d'onde, nous avions gardé sans modification le transfert qui apparaît dans le terme magnétique d'intéraction $i\,\vec{\sigma_i}\cdot(\vec{q}\wedge\vec{\varepsilon})$.

Dans l'étude relativiste précédent, l'effet du boost des spineurs et de la contraction de Lorentz se manifestent par la substitution, <u>dans tous les facteurs</u>, de $|\vec{q}|$ par $\tilde{q}$,et par la présence du facteur de dilatation $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$ pour les multipoles électrique et magnétique. L'effet de γ devient significatif lorsque β^2 croît, pour des valeurs de $|q^2| \gtrsim 0.3 \, GeV^2$. Pour ces valeurs de $|q^2|$, la section efficace transverse d'excitation σ_T est dominée par les termes dépendants du moment magnétique carré, qui sont multipliés par $\tilde{q}^2 = |\vec{q}|^2(1-\beta^2)$. On a alors une compensation approximative entre les deux effets,

$$\gamma^2 \tilde{q}^2 \left(\frac{3}{3}\mu_q + \frac{1}{m_N + m_{N^*}} \right)^2 \simeq |\vec{q}|^2 \mu_q^2 \qquad \text{(I.2.23)}$$

et l'on retrouve approximativement les mêmes résultats que dans le paragraphe I.1.d.

Notons que cette compensation approximative n'a pas lieu pour les éléments de matrice axiaux dans la neutrino-production (2).

Le traitement relativiste de cette section confirme donc les résultats du calcul simple et intuitif qui ne tenait compte que de la contraction de Lorentz de la fonction d'onde spatiale.

Comparons maintenant notre modèle à des données sur le rapport σ_S/σ_T dans la région des résonances et à l'électroproduction de $S_{11}(1535)$ et $D_{13}(1520)$ sur des protons. Mais d'abord voyons quelle est notre prédiction pour les facteurs de forme électromagnétiques du nucléon.

Pour les calculs, nous adoptons les valeurs suivantes pour

les paramètres μ_q et R^2,

$$\mu_q = \frac{1}{2m_q} = \frac{3}{2m_N} \qquad \text{(I.2.24)}$$

$$R^2 = 6\ \text{GeV}^{-2} \qquad \text{(I.2.25)}$$

Des valeurs de R^2 de cet ordre de grandeur permettent de décrire tout un ensemble de phénomènes (cf. I.1.d) et conduisent à une pente de Regge de l'ordre de 1 GeV^{-2} ([7]).

i) Les facteurs de forme du nucléon.

Nous obtenons, pour le facteur de forme électrique du proton ([8]),

$$G_E^p(q^2) = \frac{1}{\left(1+\frac{|q^2|}{4m_N^2}\right)^{3/2}} \frac{1}{\left(1+\frac{|q^2|}{m_\rho^2}\right)} \exp\left\{-\frac{|q^2|R^2}{6\left(1+\frac{|q^2|}{4m_N^2}\right)}\right\} \qquad \text{(I.2.26)}$$

et la loi de l'échelle,

$$\frac{\mu_p^{tot} G_E^p(q^2)}{G_M^p(q^2)} = \frac{\mu_n^{tot} G_E^n(q^2)}{G_M^n(q^2)} = 1 \qquad \text{(I.2.27)}$$

La forme (I.2.26) est proche de l'ajustement dipolaire expérimental (Fig. I.2 (i)). Le rayon correspondant

$$\langle r_E^2 \rangle_p = \frac{9}{4m_N^2} + \frac{6}{m_\rho^2} + R^2 \simeq 18.5\ \text{GeV}^{-2} \qquad \text{(I.2.28)}$$

est en accord qualitatif avec le rayon de l'ajustement dipolaire,

$$\langle r_E^2 \rangle_p \simeq \frac{12}{0.71} \simeq 17\ \text{GeV}^{-2} \qquad \text{(I.2.29)}$$

ii) Rapport σ_S/σ_T dans la région des résonances.

Les expériences de SLAC sur la diffusion électron-nucléon très inélastique ont montré que la section efficace coulombienne σ_S est faible par rapport à la partie transverse σ_T ([9]

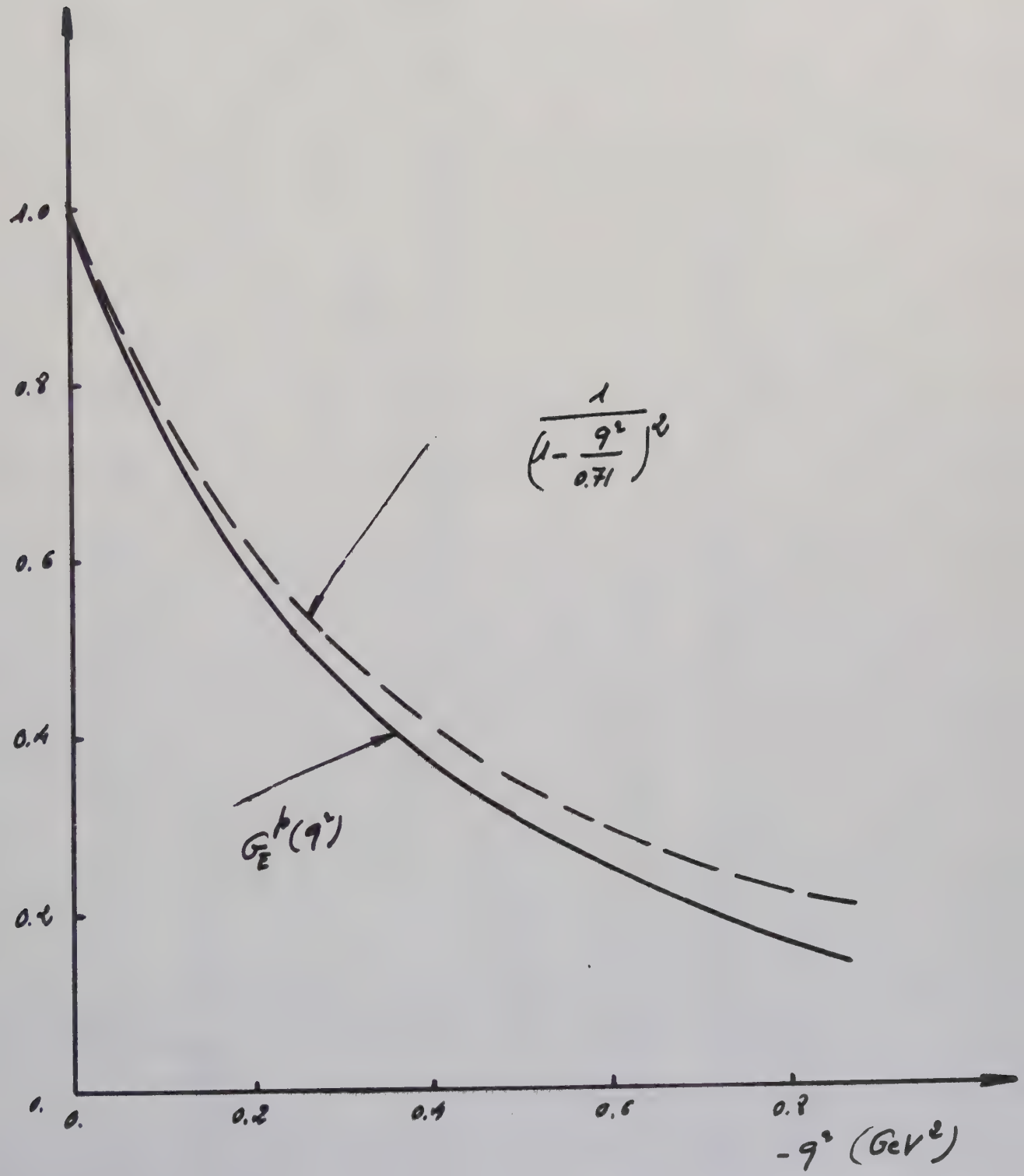

1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.
0.
0.2
0.4
0.6
0.8
$\frac{1}{\left(1-\frac{q^2}{0.71}\right)^2}$
$G_E^p(q^2)$
$-q^2$ (GeV^2)

Figure I.2 (i)

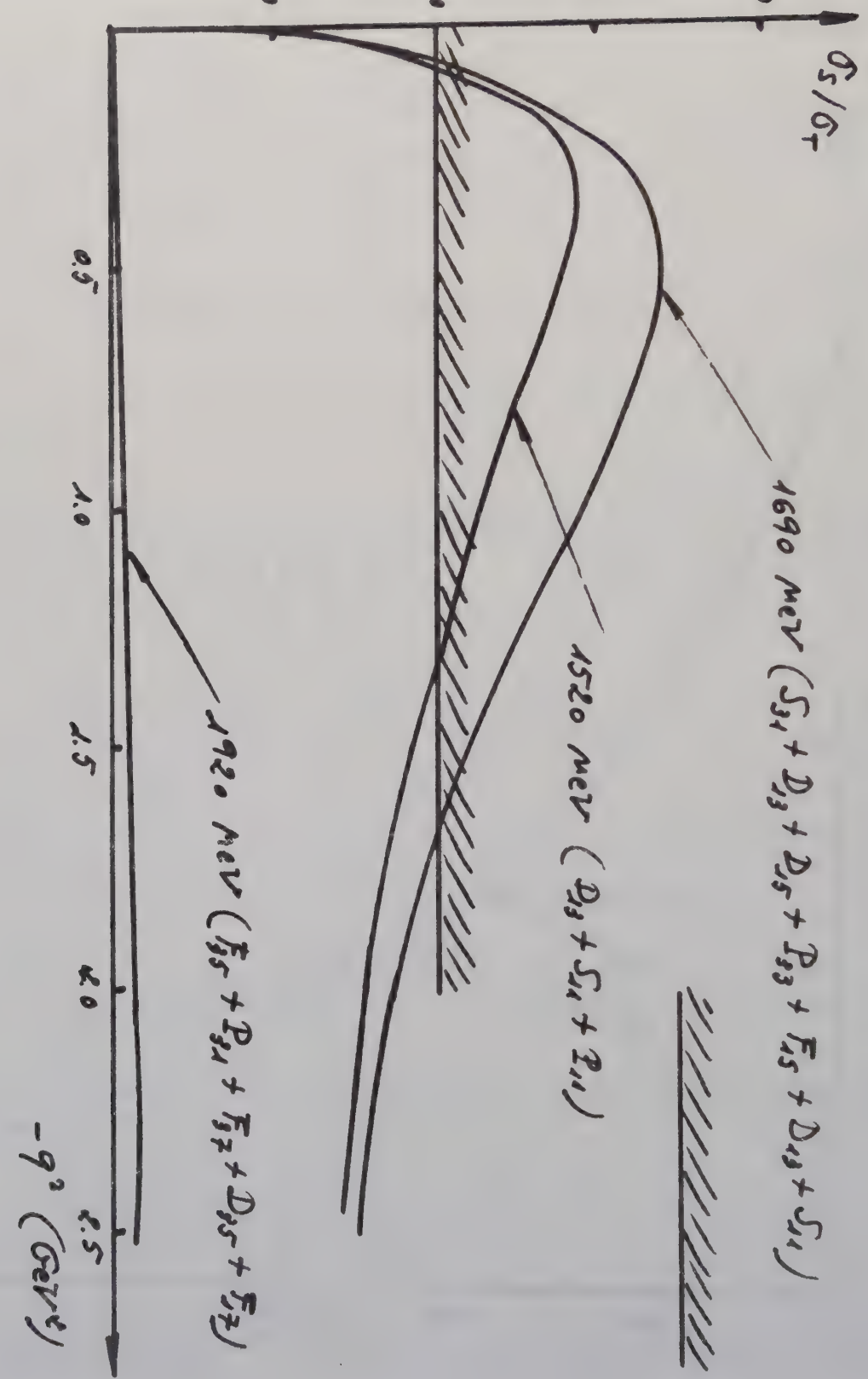

0.40
0.30
0.20
0.10
σ_s/σ_T
1690 MeV ($S_{31} + D_{13} + D_{15} + P_{13} + F_{15} + D_{15} + S_{11}$)
1520 MeV ($D_{13} + S_{11} + P_{11}$)
1920 MeV ($F_{15} + P_{11} + F_{17} + D_{15} + F_{17}$)
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
$-q^2$ (GeV/c)^2

Figure I.2 (ii)

Dans le cadre du modèle des partons, ce fait a une interprétation simple: les constituants chargés du nucléon seraient prédominamment de spin 1/2 ([10]).

Dans la région résonante, comme l'ont montré des expériences de DESY ([11]), le rapport σ_S/σ_T est également faible dans une large région de $-q^2$. Plus précisément, σ_S/σ_T est borné par 20% pour $0 \leq -q^2 \leq 2$ GeV^2, et par 35% dans la région $2 < -q^2 \leq 4$ GeV^2. On peut se demander si le modèle des quarks, qui donne une remarquable description des amplitudes résonantes de photoproduction ([12]), et des intensités globales d'électroproduction, est capable de décrire le comportement du rapport σ_S/σ_T.

Notre modèle relativiste donne, pour ce rapport,

$\sigma_S/\sigma_T \lesssim$ 26% pour la bosse de 1520 MeV

$\sigma_S/\sigma_T \lesssim$ 34% pour la bosse de 1690 MeV

$\sigma_S/\sigma_T \lesssim$ 1% pour la bosse de 1920 MeV

<u>pour tout $-q^2$</u>. Pour le $P_{33}(1236)$ nous avons, trivialement, $\sigma_S = 0$. Pour $-q^2 \to \infty$, $\sigma_S/\sigma_T \to 0$, indépendamment de la masse de la résonance, ce qui est en accord avec les données dans la région très inélastique, où $\sigma_S/\sigma_T \ll 1$ pour $-q^2$, $m_{N^*} \to \infty$ et $-q^2/2m_N\nu$ fixé.

Pour une résonance donnée, nous avons,

$$\frac{\sigma_S}{\sigma_T} = \frac{2|q^2|}{\vec{q}^2} \frac{\delta_{S_f S_i}}{A+B} \qquad \text{(I.2.30)}$$

où

$$= \gamma^2 \left(\frac{2}{3}\mu_q + \frac{1}{m_N + m_{N^*}}\right)^2 \vec{q}^2 |\langle \| \vec{\sigma}^{(3)} \| \rangle|^2 \begin{Bmatrix} J_f & L & \frac{1}{2} \\ 1 & S_f & L \end{Bmatrix}^2 \qquad \text{(I.2.31)}$$

$$= \gamma^2 \left[\frac{\delta_{S_f S_i} \sqrt{L(L+1)}}{(mqR)(\vec{q}R)} - \varepsilon \langle \| \vec{\sigma}^{(3)} \| N \rangle \left(\frac{2}{3}\mu_q + \frac{1}{m_N + m_{N^*}}\right) \right]^2 \sqrt{2L+1} \begin{Bmatrix} J_f & L & \frac{1}{2} \\ 1 & S_f & L \end{Bmatrix}^2 \qquad \text{(I.2.32)}$$

σ_S/σ_T s'annule à $q^2=0$ et, après un maximum, décroît comme $1/|\vec{q}|$. Le dénominateur domine à cause du facteur

$$\left(\frac{2}{3}\mu_q + \frac{1}{m_N + m_{N^*}}\right)^2 |\vec{q}|^2 \sim (2\,\mathrm{GeV}^{-2})|\vec{q}|^2 \qquad \text{(I.2.33)}$$

Nous montrons nos résultats (pour les valeurs des paramètres (I.2.24) et (I.2.25)) ainsi que les bornes expérimentales dans la Figure I.2(ii). Nous concluons que notre modèle est en accord qualitatif avec l'expérience.

iii) Electroproduction de $D_{13}(1520)$ et $S_{11}(1535)$ sur des protons.

La bosse de 1520 MeV est attribuée aux résonances $S_{11}(1535)$ et $D_{13}(1520)$. Une contribution de la résonance de Roper, $P_{11}(1470)$ qui est très large ($\Gamma \simeq$ 250 MeV) n'est pas exclue. Le mode dominant de désintégration de l'onde S_{11} (avec un très faible espace de phase) est en ηN (ηN , 55%; πN , 35%; $\pi\pi N$, 10%). L'électroproduction de η dans la région de 1520 MeV est donc une bonne méthode pour séparer la section efficace de production de S_{11} (D_{13} se désintègre appréciablement en πN (55%) et $\pi\pi N$ (45%)).

Deux expériences d'électroproduction de η à Bonn et à Daresbury ([13]) ont montré un résultat concordant et étonant: la section efficace de production de $S_{11}^+(1535)$ est pratiquement constante avec $-q^2$, con trastant avec le comportement dipolaire des facteurs de forme élastiques et la décroissance avec $-q^2$ des sections efficaces globales des différentes bosses (1236, 1520, 1690 et 1920 MeV). Dans la Figure I.2(iii), les points blancs correspondent à la production de S_{11}, et les points noirs à l'intensité de toute la bosse de 1520 MeV. Nous comparons ces résultats avec notre prédiction pour la somme

$$\sigma_S + \sigma_T = \frac{4\pi\alpha}{\Gamma K}\left[\frac{2|q^2|}{\vec{q}^2}|S|^2 + (|M|^2 + |E|^2)\right] \qquad \text{(I.2.34)}$$

$K = \dfrac{m_{N^*}^2 - m_N^2}{2m_{N^*}}$, $\Gamma \simeq 120$ MeV

où $|S|^2$, $|M|^2$ et $|E|^2$ sont les contributions des multipoles coulombien, magnétique et électrique.

Les états $S_{11}^{+}(1535)$ et $D_{13}^{+}(1520)$ sont classés dans la représentation ($\underline{70}$, $L=1^{-}$) de $SU(6)\otimes O(3)$. Deux couplages L-S sont possibles pour les octets: L=1 et S_q=1/2, et L=1 et S_q=3/2. En général, les états S_{11} et D_{13} seront des combinaisons de la forme

$$S_{11}(1535) = \cos\theta_S\,|\underline{70}, L=1, S_q=\tfrac{1}{2}, J=\tfrac{1}{2}\rangle + \sin\theta_S\,|\underline{70}, L=1, S_q=\tfrac{3}{2}, J=\tfrac{1}{2}\rangle$$

$$D_{13}(1520) = \cos\theta_D\,|\underline{70}, L=1, S_q=\tfrac{1}{2}, J=\tfrac{3}{2}\rangle + \sin\theta_D\,|\underline{70}, \ldots J=\tfrac{3}{2}\rangle \qquad \text{(I.2.35)}$$

Les états orthogonaux à ceux-ci correspondent aux résonances $S_{11}(1710)$ et $D_{13}(1675)$.

D'après la Table 1 du paragraphe I.1, l'état $|\underline{70}, L=1, S_q=\tfrac{3}{2}\rangle$ n'est pas excité par le photon (règle de sélection de Moorhouse), seulement l'état avec spin total des quarks S_q =1/2 contribue à la transition.

Pour $|\underline{70}, L=1, S_q=\tfrac{1}{2}, J=\tfrac{3}{2}^{-}\rangle$, on a

$$|S|^2 = (1-\beta^2)\,\frac{1}{9}(\tilde{q}^2R^2)\exp\left(-\frac{\tilde{q}^2R^2}{3}\right)\frac{1}{\left(1+\frac{|q|^2}{m_\rho^2}\right)^2}$$

$$|M|^2 = (1-\beta^2)\,\frac{1}{6}(\mu_q^2\tilde{q}^2)(R^2\tilde{q}^2)\exp\left(-\frac{\tilde{q}^2R^2}{3}\right)\left(\frac{1}{1+\frac{|q|^2}{m_\rho^2}}\right) \qquad \text{(I.2.36)}$$

$$|E|^2 = (1-\beta^2)\,\frac{2}{9}\,\frac{1}{(m_q^2R^2)}\left(1-\frac{R^2\tilde{q}^2}{4}\right)^2\exp\left(-\frac{\tilde{q}^2R^2}{3}\right)\frac{1}{\left(1+\frac{|q|^2}{m_\rho^2}\right)}$$

Pour $|\underline{70}, L=1, S_q=\tfrac{1}{2}, J=\tfrac{1}{2}^{-}\rangle$,

$$|S|^2 = (1-\beta^2)\,\frac{1}{18}(\tilde{q}^2R^2)\exp\left(-\frac{\tilde{q}^2R^2}{3}\right)\frac{1}{\left(1+\frac{|q|^2}{m_\rho^2}\right)^2}$$

$$|M|^2 = 0 \qquad \text{(I.2.37)}$$

$$|E|^2 = (1-\beta^2)\,\frac{1}{9}\,\frac{1}{(m_q^2R^2)}\left(1+\frac{R^2\tilde{q}^2}{2}\right)^2\exp\left(-\frac{\tilde{q}^2R^2}{3}\right)\left(\frac{1}{1+\frac{|q|^2}{m_\rho^2}}\right)^2$$

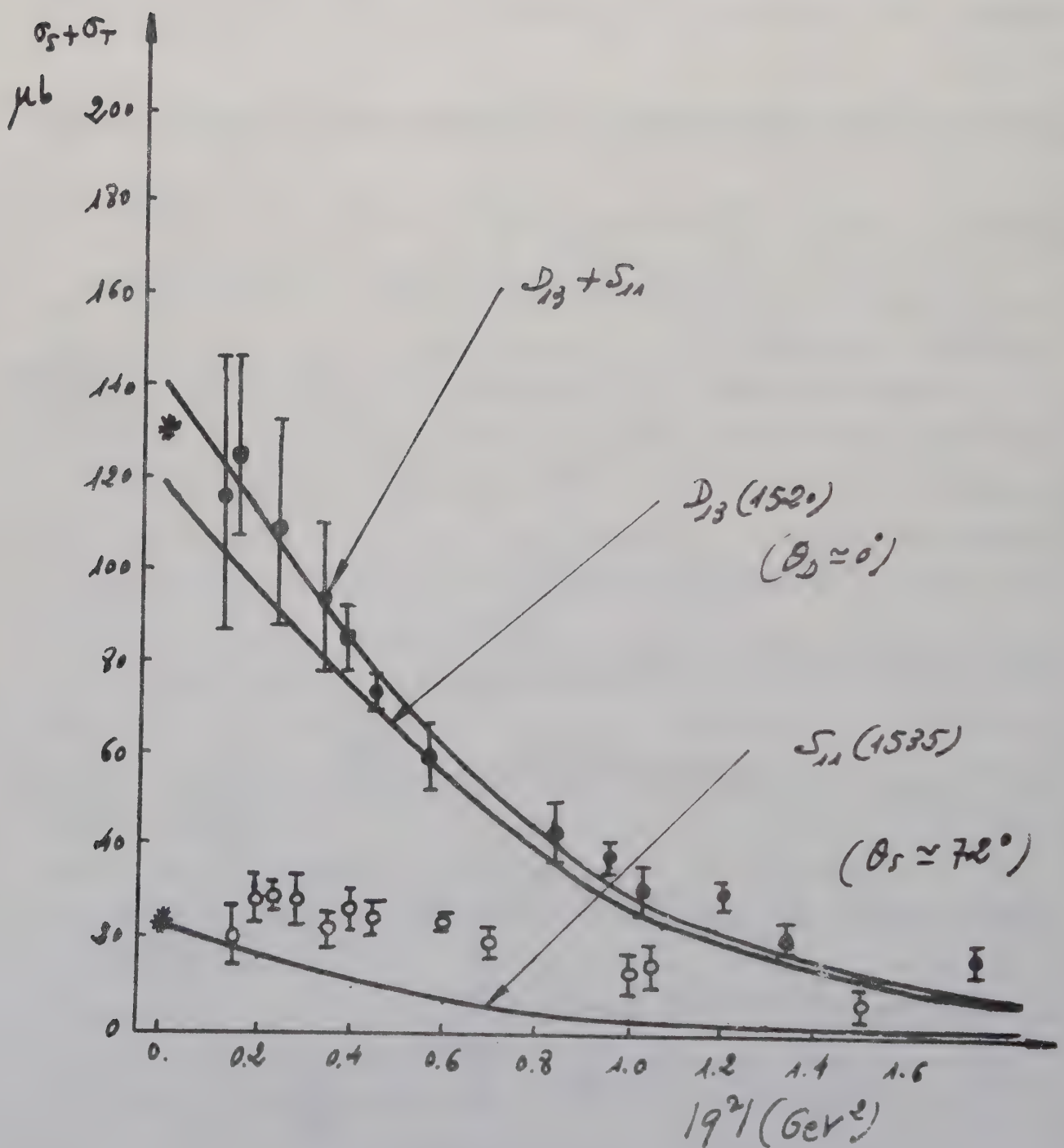


Figure I.2 (iii)

avec $\tilde{q}^2 = |\vec{q}|^2 (1-\beta^2)$

$$\vec{q}^2 = |\vec{q}|^2 + \frac{(m_{N^*} - m_N)^2}{4 m_N m_{N^*}} \left(|\vec{q}|^2 + (m_{N^*} + m_N)^2\right) \qquad (I.2.38)$$

$$1-\beta^2 = \frac{4 m_N m_{N^*}}{|\vec{q}|^2 + (m_N + m_{N^*})^2}$$

Les différentes puissances de $(1-\beta^2)$ sont des facteurs décroissant lentement avec $|\vec{q}|$ et proviennent du boost des spineurs et de la normalisation de la fonction d'onde en mouvement. A faible $|\vec{q}|$, $\sigma_S + \sigma_T$ est assez sensible à la valeur de R^2, qui apparaît dans le dénominateur de l'expression des multipoles électriques, dû à la contribution du terme convectif de l'intéraction, $(\vec{p}_i + \vec{p}_i') \cdot \vec{\varepsilon}$. Nous adoptons, comme pour les calculs précédents, la valeur de R^2 (I.2.25).

Les intensités (I.2.36) et (I.2.37) seront affectées respectivement des facteurs $\cos^2\theta_D$ et $\cos^2\theta_S$. Des résultats de photoproduction ([14]) nous savons déjà que $\theta_D \simeq 0°$ et que θ_S est un angle grand. Nous prenons $\theta_D = 0$ et ajustons θ_S aux valeurs de photoproduction, $q^2 = 0$. Nous obtenons ainsi un angle $\theta_S \simeq 72°$. Dans la Figure I.2(iii) nous donnons notre prédiction pour $(\sigma_S + \sigma_T)_{S_{11}}$ et $(\sigma_S + \sigma_T)_{D_{13}}$ et la somme des deux contributions, comparées à l'expérience.

La section efficace $(\sigma_S + \sigma_T)_{S_{11}}$ est dominée par $|E|^2$, qui contient un terme croissant avec $|\vec{q}|$,

$$\left(1 + \frac{R^2 |\vec{q}|^2}{2}\right)^2$$

mais qui n'est pas suffisant pour compenser les coefficients décroissants: le pôle et l'exponentielle. Notre modèle n'explique pas la très faible dépendance en $|\vec{q}|$ des données.

Pour D_{13}^+, $|E|^2$ contient un facteur qui décroît avec $|\vec{q}|$,

$$\left(1 - \frac{R^2 \tilde{q}^2}{4}\right)^2$$

et qui s'éteint rapidement (il diminue d'un ordre de grandeur de $|\vec{q}|=0$ à $|\vec{q}|=0.5$ GeV^2), ce qui explique un léger changement de pente pour $(\sigma_S + \sigma_T)_{D_{13}}$ vers $|\vec{q}| \simeq 0.8$ GeV^2. Nous avons un accord quantitatif pour D_{13}^+ (et pour la somme

$S_{11}^{+} + D_{13}^{+}$, puisque l'intensité de S_{11}^{+} est relativement faible), mais nous ne reproduisons pas le comportement expérimental très plat de $(\sigma_S + \sigma_T)_{S_{11}}$.

L'inexistence à l'heure actuelle d'analyses en ondes partielles de l'électroproduction (à différence de $q^2=0$), ne nous permet pas de comparer à l'expérience nos résultats pour des résonances individuelles supérieures, contribuant aux bosses de 1690 et 1920 MeV.

I.3.- Comparaison avec d'autres travaux.

I.3.a. Modèles relativistes basés sur le modèle de Chew et Low.

D'un point de vue théorique, la méthode la plus couramment admise pour traiter le processus qui nous occupe consiste à considérer divers diagrammes d'échange qui contribuent à la photoproduction de π comme approximation de Born (échange de N dans les voies s et u, échanges de π et de ω) et à introduire une intéraction dans l'état final par les déphasages π-N. L'échange de N dans la voie u semble jouer le rôle prédominant. Chew et Low ont étudié la photoproduction du Δ (1236) ([15]), et Walecka et Zucker ont généralisé le modèle aux résonances supérieures ([16]). Comme nous allons le voir, le modèle des quarks n'est pas en contradiction avec les résultats de ces méthodes pour le Δ (1236) . Par contre, pour des résonances supérieures, on peut trouver des différences significatives. Le modèle des quarks nous apparaît comme ayant un pouvoir plus prédictif, d'autant qu'il donne une description beaucoup moins empirique du spectre des baryons, avec une classification de SU(6), L-S bien définie des états. De plus, le traitement du modèle des quarks est remarquablement simple et peut être comparé favorablement avec les méthodes assez compliquées des relations de dispersion.

Les deux modèles donnent des prédictions similaires pour la structure multipolaire de la transition $\gamma N \to \Delta(1236)$. Le multipôle magnétique dipolaire M_{1+} est dominant dans les deux. Les multipoles électrique et coulombien quadripolaires E_{1+} et S_{1+} sont nuls dans le modèle des quarks (par un argument algébrique simple: la règle de sélection de Becchi et Morpurgo ([17]), que nous avons généralisée dans I.1, $E_J=0$ si $J_f=L\pm 3/2$), et sont négligéables par rapport à M_{1+} dans le modèle de Chew et Low.

Pour les résonances supérieures, nous concluons que les deux modèles ne sont pas équivalents, en général. Dans le modèle de Walecka et Zucker, la structure multipolaire dépend des nom-

bres quantiques de la résonance en tant que système lié π-N, I=1/2 ou 3/2, $J=\ell\pm 1/2$, $P=(-1)^{\ell+1}$. Dans le modèle des quarks, c te structure est déterminée par la fonction d'onde de SU(6) et par le couplage L-S entre le moment angulaire orbital L et le s total des quarks S. Il faut noter que pour un J^P donné, cette c ssification n'est pas nécessairement unique (cf. I.2.e(iii)).

Considérons la règle de sélection de Becchi et Morpurgo g néralisée aux résonances supérieures. Notons d'abord que la règ E_J pour $J_f=L-3/2$ ne peut s'appliquer à aucune résonance connue dont la classification soit inambiguë. Par contre, pour $E_J=0$ si $J_f=L+3/2$, nous avons les résonances Δ que appartiennent à l même trajectoire de Regge que le $P_{33}(1236)$, $F_{37}(1930)$ et $H_{3,11}$ (2400). Pour la photoproduction, Moorhouse et Oberlack ([14]) ont signalé que leur analyse phénoménologique est en accord avec la prédiction du modèle des quarks $E_4(E_{3+})=0$ pour l'onde F_{37}. La s tuation est moins nette pour le $H_{3,11}$ $(E_6(E_{5+})=0)$ mais une des s lutions de leur ajustement n'est pas incompatible avec la prédi tion du modèle des quarks. Dans ([2]), nous avons montré que, à fa ble q^2, pour la partie isovectorielle, dans le modèle d'échange $M_{\ell+}$ est relativement faible par rapport à $M_{\ell+}$ (de 10 à 30%), en accord qualitatif avec le résultat du modèle des quarks.

La comparaison est plus nette dans le cas de la règle de s lection de Moorhouse ([18]): le proton n'est pas excité à un état appartennant à 70, $S_q=3/2$. Cette règle s'applique à une résonanc dont la classification est inambiguë, $D_{15}(1670)$ (70, $L=1^-$, $S_q=3/$ La fonction d'onde de cet état s'écrit (cf. Appendice de I.1),

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left[\psi'_{L=1}\chi^S\right]_{\frac{5}{2},m}\phi'^+ + \left[\psi''_{L=1}\chi^S\right]_{\frac{5}{2},m}\phi''^+\right) \qquad \text{(I.3.1)}$$

Par la symmétrie par rapport aux trois quarks, l'élément de matr ce $\langle P|D_{15}^+$ est proportionnel à

$$\langle\chi^S|\vec{\sigma}(3)|\chi''\rangle\langle\phi''^+|\hat{e}(3)|\phi''^+\rangle\langle\psi''_{L=1}|e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_3}|\psi_S\rangle \qquad \text{(I.3.2)}$$

Mais, pour la charge +, on a $\langle\phi''^+|\hat{e}(3)|\phi''^+\rangle=0$ (I.3.3)
La transition est donc nulle. La règle de sélection repose sur la classification (unique) du D_{15} et les propriétés de l'élément

le matrice d'isospin (de la charge): les contributions isovectorielle et isoscalaire à $\langle \phi^{++}/\hat{e}(3)/\phi^{++}\rangle$ se compensent (pour l'état chargé positivement). Le modèle des quarks établi un rapport entre les nombres quantiques d'espace du D_{15}, $J^P=5/2^-$, et la valeur de l'élément de matrice de la charge, qui est nul pour l'état chargé +.

Rien de tel ne peut arriver dans le modèle d'échange, où les éléments de matrice d'isospin dépendent seulement de la voie d'isospin T=1/2 ou 3/2 et ne sont pas en corrélation avec les nombres quantiques d'espace $J=\ell\pm\frac{1}{2}$, $P=(-1)^{\ell+1}$.

Walecka et Zucker, bien qu'ils décrivent la méthode pour introduire l'intéraction dans l'état final par les déphasages π-N, ne calculent pas la valeur absolue des intensités d'électroproduction s'appuyant sur le fait que l'amplitude d'intéraction forte

$$f=\frac{e^{i\delta}\sin\delta}{q}=\frac{N(W)}{D(W)} \qquad (I.3.4)$$

est trop mal connue (en 1968) pour les différents états résonants. Lorsque, pour une résonance particulière, on connait expérimentalement l'intensité de photoproduction, ils normalisent leurs résultats à $q^2=0$. Lorsque ces intensités partielles sont inconnues, ils proposent des mélanges statistiques des différentes résonances contribuant à une bosse, normalisant le tout à l'intensité de photoproductions globale, qui est connue.

Pour les résonances F_{15} (1688) et D_{15} (1670) ils proposent un mélange statistique 1:1 (à $q^2=0$) pour la valeur du paramètre libre β (proportionnel à $g_{\omega NN}/G_{\pi NN}$) qui ajuste mieux les données globales (+). Une telle hypothèse est concevable dans leur modèle par la raison invoquée plus haut. Pour $q^2\neq 0$ ils trouvent, pour le D_{15}, une intensité qui est même plus importante que pour le F_{15}.

(+) Notons que leur meilleur ajustement est pour $\beta\simeq\sqrt{10}\,\frac{g_{\omega NN}}{G_{\pi NN}}=4$, $g_{\omega NN}$ étant défini par $\mathcal{L}=i g_{\omega NN}\bar{N}\gamma_\mu N\omega^\mu$. Notre modèle des vertex (A. Le Yaouanc et al., Phys. Rev. D8, 2223 (1973)) donne la relation $\frac{g_{\omega NN}}{G_{\pi NN}}=\frac{9}{10}\frac{m_\omega}{m_N}$, conduisant à une valeur de β de cet ordre de grandeur.

Notons que l'introduction de l'intéraction dans l'état final dans leur modèle a travers d'un facteur indépendant de q^2,

$$\frac{e^{i\delta}}{|D(W)|} \qquad \text{(I.3.5)}$$

ne pourrait changer appréciablement les résultats relatifs pour les deux résonances, puisqu'elles ont des largeurs comparables ($\sqrt{D_{15}} \sim$ 105 à 175 MeV, $\sqrt{F_{15}} \sim$ 105 à 180 MeV) et des élasticités du même ordre de grandeur ($D_{15} \to \pi N$, 40% et $F_{15} \to \pi N$, 60%).

Les résultats expérimentaux favorisent nettement le modèle des quarks.

Le modèle des quarks prédit une intensité importante pour le couplage $\gamma P F_{15}^{+}$ et nulle pour $\gamma P D_{15}^{+}$. Ceci est confirmé par l'analyse phénoménologique ([14]):

	Analyse Phénoménologique		Modèle des Quarks	
Ondes	$A^p_{3/2}$	$A^p_{1/2}$	$A^p_{3/2}$	$A^p_{1/2}$
F_{15}	97 ± 7	-16 ± 4	60	-10
D_{15}	14 ± 8	13 ± 14	0	0

(A^p_λ désigne l'amplitude d'hélicité $\gamma P \to N^{*+}$ où $\lambda = \lambda_N + \lambda_\gamma$ est l'hélicité dans le centre de masse γ-N). Notons aussi l'accord en signe pour les amplitudes $\gamma P F_{15}^{+}$, ainsi que pour la plus grande partie des résonances ([14]).

I.3.b. Modèle des quarks de Feynman, Kislinger et Ravndal.

Nous discutons ici des travaux récents basés sur le modèle des quarks covariant de Feynman, Kislinger et Ravndal ([19]) (FKR). Il s'agit des travaux de Copley, Karl et Obryk ([20]), Ravndal ([21]), et Lipes ([22]).

Le modèle de FKR, que nous avons déjà commenté dans I.1, part d'une équation d'ondes covariante qui exprime la (masse)^2 en termes d'un potentiel à deux corps d'oscillateur harmonique quadridimensionnel, introduisant ainsi la linéarité des trajectoi-

res de Regge,

$$M^2 \sim 3 \sum_i p_{i\mu} p_i^{\mu} + \frac{\Omega^2}{36} \sum_{i<j} (q_i - q_j)_\mu (q_i - q_j)^\mu \qquad (\Omega \simeq 1\ GeV^2) \qquad \text{(I.3.6)}$$

Il faut, naturellement, extraire le mouvement du centre de masse de l'expression (I.3.6). Ce modèle présente des excitations de type temps, qui sont éliminés ultérieurement par une prescription covariante. D'autre part, la fonction d'onde d'espace de l'état fondamental dépend d'expressions covariantes de la forme

$$\exp\left\{ \left[\sum_{i<j} (p_i - p_j)_\mu (p_i - p_j)^\mu \right] / \Omega \right\} \qquad \text{(I.3.7)}$$

ce qui conduit à des intégrales divergentes dans le calcul des transitions. Ce problème est résolu de façon formelle. On construit les états par application des opérateurs de création de l'oscillateur harmonique a_μ^* sur l'état fondamental $|0\rangle$. On choisit les relations de commutation $[a_i, a_i^*] = +1$ pour les coordonnées d'espace et $[a_t, a_t^*] = -1$ pour la variable de temps. Ceci conduit à des fonctions d'onde dépendant de quantités covariantes. Fixant la norme de l'état fondamental $\langle 0|0\rangle = +1$, et exprimant les opérateurs dont on considère les éléments de matrice en termes de a_μ, a_μ^*, toutes les quantités à calculer sont finies. Choisir $\langle 0|0\rangle = 1$ revient à définir la norme pour la variable t sur l'axe imaginaire (rotation de Wick). Tous les éléments de matrice sont affectés d'un facteur $\exp(q^2/\Omega)$, qui conduit à des éléments de matrice trop grands pour les transitions inélastiques, ce fait étant lié à l'existence d'états de norme négative $\langle n_t | n_t \rangle = (-1)^{n_t}$. L'oscillateur harmonique non relativiste conduit au contraire à un facteur de la forme $\exp(-\vec{q}^2/\Omega)$, qui, même à $q^2=0$, est inférieur à 1 dans le cas inélastique, en accord avec l'expérience. FKR sont alors amenés à introduire un facteur ad hoc qui reproduit l'effet du facteur non-relativiste pour les transitions inélastiques.

Le modèle FKR conduit à des bons résultats pour les petits moments de transfert, où ses prédictions sont proches de celles du modèle non-relativiste. Le modèle FKR, étant covariant, permet par ailleurs d'introduire sans ambiguïté l'espace de phase

relativiste, ce qui est nécessaire dans beaucoup de vertex puisque les vitesses des particules mises en jeu sont très souvent relativistes.

L'intéraction électromagnétique est introduite par une prescription minimale dans l'équation d'ondes quadratique dans les quadriimpulsions. L'invariance de jauge est alors satisfaite dans la limite où le spectre (en $(\text{masse})^2$) est donné par l'oscillateur harmonique.

Nous avons commenté dans nos travaux sur les vertex hadroniques[23] les difficultés du modèle FKR pour les vertex à trois mésons. Puisqu'un des mésons est traité comme élémentaire (pour les mésons 0^- on utilise PCAC), les résultats sont différents selon que l'on considère l'un ou l'autre des mésons émis comme élémentaire, comme par exemple dans $K^* \to K\pi$.

On pourrait penser du caractère covariant du modèle qu'il donne un traitement correct des effets relativistes. En fait, le modèle FKR n'inclut pas les phénomènes relativistes que nous considérons comme les plus importants.

Les effets relativistes dus au mouvement <u>interne</u> des quarks (même dans le centre de masse du hadron) sont étudiés dans la partie II de la thèse. Le modèle FKR néglige cet important phénomène en imposant l'annulation des petites composantes des spineurs de Dirac des quarks dans le repère du centre de masse (cf. II.1.b).

Nous restreignant ici au mouvement relativiste externe - du centre de masse des hadrons - , FKR traitent le "boost" des spineurs de la même façon que nous, mais l'effet de contraction de Lorentz n'est pas présent chez eux, puisque leurs fonctions d'onde dépendent de quantités covariantes de la forme $(t_i - t_j)^2 - (\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2$ .On a alors les facteurs de forme élastiques magnétiques (16) ou (17) de I.1.d, selon que l'on considère ou non le facteur global analogue à celui de l'oscillateur harmonique non-relativiste. Dans les deux cas, le comportement du facteur de forme est mauvais, en $\exp(-q^4)$ ou gaussien respectivement. Pour le facteur de forme électrique ils trouvent

$$\frac{\mu G_E}{G_M} = \left(1 + \frac{q^2}{2m_N^2}\right) \qquad \text{(I.3.8)}$$

$G_E(q^2)$ présente donc un zéro pour $q^2 = -2m_N^2$, qui n'est pas observé expérimentalement ([24]). L'origine du comportement (I.3.8) est lié à la forme du courant électromagnétique (obtenu de l'équation d'ondes quadratique (I.3.6)), dont les éléments de matrice sont à prendre entre des spineurs de Dirac, et qui exhibe une dépendance dans les impulsions des quarks

$$j_\mu^{em} = 3 \sum_\alpha \hat{e}_\alpha \left(\bar{\psi}_\alpha \gamma_\mu e^{iq\cdot u_\alpha} + \gamma_\mu e^{iq\cdot u_\alpha} \psi_\alpha\right) \qquad \text{(I.3.9)}$$

Les mêmes problèmes apparaîssent évidemment pour l'électroproduction. Copley, Karl et Obryk ([20]) signalent que le modèle FKR prédit un rapport σ_S/σ_T faible, en accord qualitatif avec l'expérience. Dans ce modèle, les facteurs de forme coulombiens présentent un zéro dans la région de genre espace, pour

$$q^2 = -3m_N m_{N^*} + m_N^2 \qquad \text{(I.3.10)}$$

qui contraint le rapport $\sigma_S/\sigma_T \lesssim 30\%$ pour $0 \leq -q^2 \leq 4\ \text{GeV}^2$ (il y a un maximum pour $-q^2 \sim 1\ \text{GeV}^2$). Mais cette explication n'est pas du tout satisfaisante car nous venons de voir que ce zéro apparaît aussi dans le cas élastique (formule (I.3.8)), et cette caractéristique est un grave inconvénient du modèle.

Ravndal ([21]) rénonce à prédire des facteurs de forme et introduit un coefficient global (pour tous les éléments de matrice, élastiques et inélastiques, mais variant avec l'excitation de l'isobar), de façon à ajuster le facteur de forme magnétique du proton à la forme dipolaire observée. Pour le rapport σ_S/σ_T il obtient, pour la même raison, les résultats de Copley, Karl et Obryk.

Un des problèmes du modèle de FKR était la présence d'inté-

grales divergentes. Lipes ([22]), suivant la même idée que Fujimura et al. (ref. ([6]) de I.1) choisit les solutions de l'équation d'ondes de FKR qui conduisent à des intégrales convergentes sans faire la rotation de Wick. Pour l'état fondamental au repos il a une fonction d'onde de la forme

$$\exp\left\{-\frac{\alpha}{6}\left(\xi_t^2+\vec{\xi}^2+\zeta_t^2+\vec{\zeta}^2\right)\right\} \qquad \text{(I.3.11)}$$

(où ζ et ξ sont des coordonnées relatives de temps et d'espace; $\alpha = 0.5\ \text{GeV}^2$). Définissant une fonction d'onde en mouvement covariante, qui au repos se réduit à (I.3.11), il obtient des facteurs de forme élastiques satisfaisants, avec des facteurs qui rappellent l'effet de contraction de Lorentz,

$$\frac{G_M^p(q^2)}{\mu_p^{tot}} = \left(1-\frac{q^2}{4m_N^2}\right)\frac{1}{\left(1-\frac{q^2}{4m_N^2}\right)^2}\exp\left[\frac{q^2}{\Omega}\frac{1}{\left(1-\frac{q^2}{2m_N^2}\right)}\right] \qquad \text{(I.3.12)}$$

$$\mu_p^{tot}\frac{G_E^p(q^2)}{G_M^p(q^2)} = \frac{2(m_N^2-q^2)}{(2m_N^2-q^2)} \qquad \text{(I.3.13)}$$

Notons que, du fait du choix des fonctions d'onde, $G_E^p(q^2)$ présente un zéro dans la région de genre temps.

Pour la production de résonances, Lipes obtient un rapport σ_S/σ_T trop grand par un facteur de 2 à 3.

Références et notes.

(1) R.H. Dalitz et D.G. Sutherland, Phys. Rev. 146, 1180 (1966).
(2) P. Andreadis, A. Baltas, A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène et J.C. Raynal, Annals of Phys. 88, 242 (1974).
(3) Ainsi que nous l'avons suggéré dans I.1.d, cette structure pourrait être atteinte par des photons virtuels de grand $-q^2$ et grande énergie. Un modèle qui ajuste les données de SLAC dans la région très inélastique tout en supposant une fonction d'onde en termes de quarks (eux-mêmes composés d'un quark de valence et de paires $q\bar{q}$ ponctuels, ainsi que des gluons) a été proposé par G. Altarelli, N. Cabibbo, L. Maiani et R. Petronzio, Nucl. Phys. B 69, 531 (1974).
(4) Un traitement similaire est justifié pour des états faiblement liés en physique atomique (S. Brodsky, J. Primack, Annals of Phys. 52, 315 (1969)). Cependant, on ne peut pas pour autant en conclure la validité pour la physique hadronique.
(5) Notons que la transformation de Lorentz qui nous permet de relier les fonctions d'onde au repos aux fonctions d'onde en mouvement n'est pas unique: nous adoptons la plus simple.
(6) Pour l'état fondamental, l'effet des ordres supérieurs en $|\vec{p}_i|/m_q$ se traduit par un simple facteur de réduction des moments magnétiques $\mu_p^{tot} = \mu_q(1-\delta)$, $\delta \sim \mu_p^2/R^2 \sim 25\%$ (cf. ref.(2) de II.1).
(7) A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène et J.C. Raynal, "Some insight on quark dynamics within hadrons", preprint LPTHE 72/6, non publié.
(8) Avec notre traitement relativiste nous obtenons un facteur $(1+|q^2|/4m_N^2)^{-3/2}$ qui vient des boosts de spin et de la normalisation de la fonction d'onde en mouvement. Ce facteur diffère de celui de Licht et Pagnamenta (formule (19) de I.1), $(1+|q^2|/4m_N^2)^{-1}$, parce-que: i) ils n'ont pas normalisé correctement la fonction d'onde en mouvement (pour avoir une charge indépendante de cet état de mouvement), et ii) ils n'ont pas considéré les matrices de boost de spin.

([9]) E.D. Bloom, Rapporteur talk at the International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, Bonn (1973) p. 227.

([10]) J.D. Bjorken et E.A. Paschos, Phys. Rev. 185, 1975 (1969).

([11]) F.W. Brasse et al., DESY report 71/2 (1971) (non publié).

([12]) L.A. Copley, G. Karl et E. Obryk, Nucl. Phys. B13, 303 (1969) (cf. aussi refs. ([14]) et ([19])).

([13]) A.B. Clegg, Rapporteur talk at the International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, Bonn (1973) p.49.

([14]) G. Knies, R.G. Moorhouse et H. Oberlack, Phys. Rev. D 9, 2680 (1974).

([15]) G.F. Chew et F.E. Low, Phys. Rev. 101, 1579 (1956).

([16]) J.D. Walecka et P.A. Zucker, Phys. Rev. 167, 1479 (1968).

([17]) C. Becchi et G. Morpurgo, Phys. Letters 17, 352 (1965).

([18]) G. Moorhouse, Phys. Rev. Letters 16, 771 (1966).

([19]) R.P. Feynman, M. Kislinger et F. Ravndal, Phys. Rev. D 3, 2706 (1971).

([20]) L.A. Copley, G. Karl et E. Obryk, Phys. Rev. D 4, 2844 (1971)

([21]) F. Ravndal, Phys. Rev. D 4, 1466 (1971).

([22]) R.G. Lipes, Phys. Rev. D 5, 2849 (1972).

([23]) A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène at J.C. Raynal, Phys. Rev. D 8, 2223 (1973); D 9, 1415 (1974); D 11, 1272 (1975).

([24]) J.G. Rutherglen, Rapporteur talk at the International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, Liverpool (1969), p. 163.

PARTIE II.- PREDICTION DU MELANGE DE CONFIGURATION CHIRAL COMME UN EFFET RELATIVISTE DANS LE MODELE DES QUARKS NAIF

Dans cette partie nous présentons un travail concernant les éléments de matrice axiaux pour les baryons de l'état fondamental (56, $L=0^+$). Dans le paragraphe II.1 nous montrons que l'hypothèse de vitesses relativistes pour les quarks au sein des hadrons (suggérée par divers phénomènes spécifiques au spectre hadronique) nous amène à tenir compte de petites composantes de spineurs de Dirac dans la fonction d'onde de spin de SU(6). Ceci corrige les prédictions de SU(6) statique pour les couplages axiaux G_A/G_V ou G^* , tout en laissant inchangé le rapport $(F/D)_{axial}=2/3$. Appliquant une transformations de Lorentz pure à notre fonction d'onde, nous prédisons, comme effet des rotations de Wigner, l'ensemble du mélange de configuration chiral à $P_z=\infty$, introduit par l'algèbre des courants. Nos résultats sont en accord qualitatif avec la détermination phénoménologique des paramètres de mélange chiral. Nous discutons aussi la modification qui s'ensuit pour les générateurs de SU(6) correspondant aux nouvelles fonctions d'onde. Une brève discussion est faite de travaux théoriques parallèles par Gell-Mann, Melosh, et Buccella et al.

Dans le paragraphe II.2 nous discutons les principales directions dans lesquelles, depuis la parution de notre article, d'autres travaux se sont développés (principalement le travail de Melosh ou les critiques à son approche), ainsi que leur rapport avec notre point de vue. Nous considérons d'abord les travaux théoriques, et, dans une dernière partie, nous discutons les lignes générales des applications phénoménologiques de la transformation de Melosh à l'étude des vertex, que nous comparons aux modèles de vertex d'après le modèle des quarks. Evidemment, cette partie n'a pas de prétentions d'originalité et doit être comprise comme un essai de situer notre travail parmi l'abondante littérature sur le sujet.

Finalement, dans le paragraphe II.3, nous évoquons quelques problèmes ouverts dans notre approche.

Paragraphe II.1

PHYSICAL REVIEW D VOLUME 9, NUMBER 9 1 MAY 19..

Prediction of the SU(3) ⊗ SU(3) configuration mixing as a relativistic effect in the naive quark model

A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène, and J. C. Raynal
Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Energies, Université de Paris-Sud, Bât. 211, 91405, Orsay, France*
(Received 29 June 1973)

The harmonic-oscillator quark model of hadrons implies relativistic internal velocities for the quarks. If, consequently, we use a relativistic treatment of the quark spin (by replacing Pauli spinors with Dirac spinors), we obtain not only corrections to the "static SU(6)" results for the axial-vector matrix elements G_A/G_V or G^* (as shown by Bogoliubov), but the whole SU(3)⊗SU(3) configuration mixing at $p_z=\infty$, in a semiquantitative manner. The mixing operator is just the product of the Wigner rotations of quark spins. For the low-lying $\frac{1}{2}^+$ octet, the dominant representations are (6,3), (3,$\bar{3}$), and (8,1), in agreement with the phenomenological analysis of Buccella, De Maria, and Lusignoli. The SU(6) classification of hadrons is preserved; at rest, the hadron wave function corresponds to an SU(6) group whose spin generators are the sum of the mean spin operators (of Foldy and Wouthuysen) of the quarks.

II.1.a. INTRODUCTION

As is well known, the "static SU(6)" (or nonrelativistic quark model) predictions concerning the axial-vector current matrix elements, e.g., $G_A/G_V=\frac{5}{3}$, $G^*=\frac{5}{3}$ are in serious disagreement with experiment. The same results are reproduced by the saturation of chiral algebra at $p_z=\infty$ with the $\frac{1}{2}^+$ and $\frac{3}{2}^+$ low-lying states. In this scheme, the discrepancy can be explained by the so-called "configuration mixing."[1] In fact, the presence of a considerable mixing is clearly indicated by the important contribution of higher isobars to the Adler-Weisberger relation.[2] Various phenomenological mixing schemes have been proposed since 1966.[3] The discrepancy can also be explained by the "realistic" quark model (i.e., with real quarks, endowed with a real spatial motion inside the hadron). Bogoliubov[4] has shown that with the Dirac equation in a central potential G_A/G_V is reduced to $\frac{5}{3}(1-2\delta)$, where δ is a positive quantity related to the norm of the small components in the quark Dirac spinors. Thus, the discrepancy with the SU(6) results could be a relativistic effect due to the quark internal motion. In order to have the right order of magnitude for the correction, the internal velocities must be large, in contradiction with the traditional picture initiated by Morpurgo[5] (heavy quarks with nonrelativistic velocities). Precisely, the work made by various authors on the harmonic-oscillator quark model[6] indeed shows that the internal quark velocities are highly relativistic. From the mass spectrum interval ΔE and the wave-function radius squared R^2, one deduces a mean internal velocity of the order $v \simeq R\Delta E \simeq 1$.

The aim of the present paper is to show that, if in the quark-model wave functions we take into account the small components of Dirac spinors implied by the momentum distributions of the harmonic oscillator, we are able to explain not only G_A/G_V (as shown by Bogoliubov), but the whole mixing scheme of the chiral algebra at $p_z=\infty$ in a quantitative manner.

In Sec. II we present the introduction of a relativistic treatment of spin, in the spin part of the quark-model wave function. In Sec. III we make the SU(3)⊗SU(3) configuration mixing appear by boosting the hadron wave function to $p_z=\infty$. In Sec. IV we make an explicit calculation of the $\frac{1}{2}^+$ and $\frac{3}{2}^+$ baryon mixing. Section V is devoted to the numerical predictions and to the comparison with the phenomenological analysis of Buccella, De Maria, and Lusignoli[7] and with previous configuration-mixing hypotheses. In Sec. VI we discuss related theoretical ideas of Gell-Mann[1,8] and we establish some relations of our work with the mixing operators of Buccella, Kleinert, Savoy, Celeghini, and Sorace[9] and of Melosh.[10] Section VII is a conclusion.

II.1.b. THE BASIC HYPOTHESIS FOR THE RELATIVISTIC TREATMENT OF THE SPIN IN THE NAIVE QUARK MODEL

Usually, the quark spin states in a SU(6) hadron wave function are understood as Pauli spinors in the frame of nonrelativistic quantum mechanics. In such a frame, the famous prediction for the nucleon magnetic moments $\mu_p/\mu_n=-\frac{3}{2}$ starts from a purely phenomenological magnetic moment operator

$$\sum_i \vec{\mu}_i = \sum_i \frac{e_i}{2m_q}\vec{\sigma}_i = \mu_q \sum_i e_i \vec{\sigma}_i .$$

However, it is known that the Dirac equation leads to a theoretical prediction of the phenomenological magnetic moment at least for a structureless fermion; it endows the quark with a "normal" magnetic moment $\mu_q^i = (1/2m_q)e_i$, where m_q is the quark mass.[11]

Now, if we replace Pauli spinors by Dirac spinors in the SU(6) wave function and if we take the relativistic quark current operator $\bar{q}\gamma_\mu q$, we are led to the nucleon moments

$$\mu_p = \frac{e}{2m_q}, \quad \mu_n = -\frac{2}{3}\frac{e}{2m_q}. \tag{1}$$

If the quark mass m_q is taken to be the effective mass $\frac{1}{3}M_B$ for baryons, $\frac{1}{2}M_M$ for mesons, we obtain a very encouraging result for the absolute magnitude of μ_p and μ_n, 3 and −2 nuclear magnetons, respectively; moreover, the transition rates $\omega \to \pi\gamma$, $\Delta \to N\gamma$ are roughly predicted.

Note that for this calculation of the magnetic moments, the small components come merely from the external (center-of-mass) motion, namely, the momentum transfer, since, for an active quark we set

$$u_i\left(-\frac{\vec{q}}{2}\right) = \begin{bmatrix} \chi_i \\ -\dfrac{\vec{\sigma}_i \cdot \frac{1}{2}\vec{q}}{2m_q}\chi_i \end{bmatrix},$$

$$\bar{u}_i'(+\tfrac{1}{2}\vec{q}) = \left[\chi_i'^{\dagger}, -\chi_i'^{\dagger}\frac{\vec{\sigma}_i \cdot \frac{1}{2}\vec{q}}{2m_q}\right] \tag{2}$$

(initial state and final state, respectively).

However, the quark motion cannot entirely be reduced to an "external" motion; even in the hadron center-of-mass system, the quarks have momenta, related by the uncertainty principle to the spatial extension of the hadron, and these momenta must also contribute to the small components; this phenomenon has been neglected by some previous authors.[12] But is it really negligible? The magnitude of these small components is of the order of $(\langle \vec{p}_i^{\,2} \rangle)^{1/2}/m_q$. Let us estimate this ratio in the harmonic-oscillator quark model,[6] which is now the most widely accepted model for the quark spatial motion. We have $(\langle \vec{p}_i^{\,2} \rangle)^{1/2} \sim 1/R$, R being the radius of the ground-state wave function. The analysis of various hadronic processes indicates that R^2 is about 6 to 12 GeV^{-2}. An effective mass $m_q \simeq 300$ MeV is necessary to explain the magnetic moments and to account for the mean level spacing $\Delta E = 1/m_q R^2$ in the hadron spectrum. Thus, with $\Delta E \simeq 400$ MeV

$$(\langle \vec{p}_i^{\,2} \rangle)^{1/2}/m_q \simeq 1$$

and we conclude that the small components of the quark Dirac spinors are of the same order as the big ones.[13]

To treat such a highly relativistic situation, we are led to extend the hypothesis which allowed us to calculate the absolute magnitude of the magnetic moment: *In the SU(6) wave functions we should replace the Pauli spinors by Dirac spinors; these Dirac spinors should also take into account the internal quark motion.*

Let us comment on this hypothesis from a group-theoretical point of view. If we use Pauli spinors, the spin operators of SU(6) are simply the Pauli matrices $\sum_i \frac{1}{2}\vec{\sigma}_i$. We maintain the SU(6) form of the hadron wave functions introducing the Dirac spinors. Now, which are the spin generators of this new SU(6) corresponding to the new wave functions? Passing from Pauli spinors to Dirac spinors amounts to passing from the Foldy-Wouthuysen representation to the Dirac representation. Then the spin generators we are looking for are the components of the so-called "mean spin" operator $\sum_i \vec{S}_i^{(M)}$, where

$$\vec{S}_i^{(M)} = F_i^{-1}\tfrac{1}{2}\vec{\Sigma}_i F_i, \quad \vec{\Sigma}_i = \begin{pmatrix} \vec{\sigma}_i & 0 \\ 0 & \vec{\sigma}_i \end{pmatrix}, \tag{3}$$

F_i being the Foldy-Wouthuysen transformation for the ith quark. These generators are clearly different from those of the current algebra SU(6) group,[14] which are just $\sum_i \frac{1}{2}\vec{\Sigma}_i$.

This fact bears the very important consequence that the matrix element of, e.g., the axial-vector current will not be equal to the static SU(6) results, where it is assumed that the current is exactly a generator of the symmetry group. Thus, the hypothesis of combining Dirac spinors according to SU(6) pure representations may explain, for example, the discrepancy between the SU(6) predictions and the observed values of G_A/G_V. This point has been emphasized by Bogoliubov, who calculated G_A/G_V using the Dirac equation in a square-well potential, as we mentioned in the Introduction.

Let us finally write the explicit wave function which will be used throughout the paper.

We take the SU(6) harmonic-oscillator wave functions[6] replacing the Pauli spinors χ_i (ith quark) by the following Dirac spinor:

$$u_i(s) = \begin{bmatrix} \chi_i(s) \\ \mu_q \vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}_i \chi_i(s) \end{bmatrix}, \tag{4}$$

where we set μ_q to be roughly the normal quark magnetic moment, $\mu_q \simeq 1/2m_q$.[15] This amounts to adopting the *spinor* structure of *free* quarks, although there is an internal momentum distribution reflecting the binding. This is the usual hypothesis in the quark model. For a nucleon with spin $+\frac{1}{2}$, we write

$$\Psi_{+1/2} = N(\tfrac{1}{3})^{1/2}(\chi'_{+1/2}\phi' + \chi''_{+1/2}\phi'')$$
$$\times \exp\left[-\tfrac{1}{6}R^2 \sum_{i<j} (\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2\right], \quad (5)$$

ıere

$$\chi'_{+1/2} = (\tfrac{1}{2})^{1/2}[u_1(-\tfrac{1}{2})u_2(+\tfrac{1}{2}) - u_1(+\tfrac{1}{2})u_2(-\tfrac{1}{2})]u_3(+\tfrac{1}{2}) \quad (6)$$

ıd

$$\chi''_{+1/2} = -(\tfrac{2}{3})^{1/2}\{u_1(+\tfrac{1}{2})u_2(+\tfrac{1}{2})u_3(-\tfrac{1}{2})$$
$$- \tfrac{1}{2}[u_1(+\tfrac{1}{2})u_2(-\tfrac{1}{2})$$
$$+ u_1(-\tfrac{1}{2})u_2(+\tfrac{1}{2})]u_3(+\tfrac{1}{2})\}. \quad (7)$$

he ϕ's are the usual quark SU(3) wave functions. is normalized to one with the Dirac scalar prodct. This wave function leads to[4]

$$\frac{G_A}{G_V} = \tfrac{5}{3}(1 - 2\delta), \quad (8)$$

ith $\delta \simeq \frac{1}{6}$ for $R^2/\mu_q^2 \simeq 3$, which corresponds to the ılues of the harmonic-oscillator parameters emıasized in Ref. 16. This gives $G_A/G_V \simeq 1.1$, which is encouraging. We are aware of the arbitrariness of our choice of the quark spinors: μ_q could depend on internal momentum and there could be an over-all kinematic factor. Such effects do not seem important, however, for the calculation of integrated quantities once the global wave function is normalized.

II.1.c. BOOSTING TO THE INFINITE-MOMENTUM FRAME

As has been recalled in the Introduction, the discrepancy between the SU(6) predictions for the axial-vector current matrix elements and the observed values is interpreted by current algebra in terms of configuration mixing of chiral algebra at $p_z = \infty$.[1] When it is assumed that the nucleon is a $(6,3)_s$ ($h = +\frac{1}{2}$) or a $(3,6)_s$ ($h = -\frac{1}{2}$) of SU(3)⊗SU(3) [which corresponds to 56 of SU(6)], one gets

$$G_A/G_V = \tfrac{5}{3}$$

[to obtain this value it is not necessary to recourse to the whole SU(6) group]. To circumvent this difficulty one superposes a series of irreducible representations

$$|N, h = +\tfrac{1}{2}\rangle = \alpha|(6,3)_s, L_z = 0\rangle + \alpha'|(3,6)_s, L_z = +1\rangle + \beta|(3,\bar{3})_s, L_z = +1\rangle$$
$$+ \beta'|(\bar{3},3)_s, L_z = 0\rangle + \gamma|(8,1)_s, L_z = -1\rangle + \gamma'|(1,8)_s, L_z = +2\rangle. \quad (9)$$

hen one gets

$$\frac{G_A}{G_V} = \tfrac{5}{3}(\alpha^2 - \alpha'^2) + (\beta^2 - \beta'^2) + (\gamma^2 - \gamma'^2). \quad (10)$$

imulated by the previous calculation of G_A/G_V e suspect that this configuration mixing can be educed from the hypothesis of Sec. II concerning ıe treatment of the internal relativistic motion ! quarks. In fact, we shall demonstrate that the ixing is a logical consequence of this hypothesis nd, moreover, that it can be predicted quantitavely.

Let us transform the Dirac spinors (4) to the finite-momentum frame (we note the Lorentz ransformation L). We get

$$Lu_i(s,\vec{p}) \simeq (\tfrac{1}{2})^{1/2}\cosh\tfrac{1}{2}\omega\begin{bmatrix}\psi_i \\ \sigma_{iz}\psi_i\end{bmatrix}, \quad (11)$$

here $\beta = \tanh\omega$ is the nucleon velocity (as $\beta \to 1$, e neglect terms of order $1/p_z$) and

$$\psi_i = [1 + \mu_q\sigma_{iz}(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}_{i\perp})]\chi_i \quad (12)$$

r

$$\psi_i = [1 + \mu_q p_{iz} + \mu_q\sigma_i^{(+)}p_i^{(-)} + \mu_q\sigma_i^{(-)}p_i^{(+)}]\chi_i, \quad (13)$$

with

$$\sigma_i^{(\pm)} = \tfrac{1}{2}(\sigma_x \pm i\sigma_y), \quad p_i^{(\pm)} = \mp(p_{ix} \pm ip_{iy}).$$

As concerns the spatial part of the wave function, which we assume to be of the harmonic-oscillator-type, we suppose that, after extraction of the center-of-mass motion,

$$\psi_{p_z=\infty}\left(\left\{\frac{p_{iz}}{(1-\beta^2)^{1/2}}, \vec{p}_{i\perp}\right\}\right) = \psi_{\text{rest}}(\{p_{iz}, \vec{p}_{i\perp}\}). \quad (14)$$

This is the hypothesis of Licht and Pagnamenta,[17] which amounts to neglecting the relative time dependence.(+).

Then the spinor (11) can be rewritten in the form (we just write the product of two pure Lorentz transformations as a product of a boost by a Wigner rotation of quark spins[18])

$$(\tfrac{1}{2})^{1/2}\cosh\tfrac{1}{2}\omega[1 + \mu_q p_{iz} + \mu_q\beta_i\Sigma_i^{(+)}p_i^{(-)}$$
$$+ \mu_q\beta_i\Sigma_i^{(-)}p_i^{(+)}]\begin{bmatrix}\chi_i \\ \sigma_{iz}\chi_i\end{bmatrix}, \quad (15)$$

where we recognize the W-spin operators $W_i^{(\pm)}$ of Lipkin and Meshkov.[19] If the internal momenta were really small, (15) would reduce to

(+) This point is discussed in I.2.d. and III.1.b.

$$\sim(\tfrac{1}{2})^{1/2}\cosh\tfrac{1}{2}\omega\begin{bmatrix}\chi_i\\ \sigma_{iz}\chi_i\end{bmatrix},$$

which behaves just like χ_i under the generators

$$\tfrac{1}{2}(1\pm\Sigma_{iz})$$

of SU(3) ⊗ SU(3). Thus we would get at the baryon level the usual SU(3) ⊗ SU(3) assignment, e.g., $(6,3)_s$ for the nucleon of helicity $h=+\frac{1}{2}$, resulting from the standard SU(6) classification with Pauli spinors. But since in fact $\mu_q\langle\langle\vec{p}_i^{\,2}\rangle\rangle^{1/2}\simeq 1$, the terms $\beta_i\Sigma_i^{(\pm)}$ cannot be neglected. These terms reverse the quark helicity and consequently lead to a different SU(3) ⊗ SU(3) representation. This is already clear at the quark level since a quark with $h=+\frac{1}{2}$ belonging to the representation (3, 0) will pass to the (0, 3) representation ($h=-\frac{1}{2}$) by application of $\beta_i\Sigma_i^{(-)}$.

Thus we propose an interpretation of the SU(3) ⊗ SU(3) representation mixing as a simple consequence of the presence of high quark velocities inside the hadrons.

In Sec. IV we will make the mixing more explicit and perform a quantitative calculation.

II.1.d. CALCULATION OF SU(3) ⊗ SU(3) BARYON MIXING

We limit ourselves to the calculation of the mixing for the low-lying baryon states, $\frac{1}{2}^+$ and $\frac{3}{2}^+$. We begin with the $\frac{1}{2}^+$.

Before we apply the mixing operator, let us first rewrite in a suitable manner the starting SU(6) wave function, to make its SU(3) ⊗ SU(3) content explicit. In the notation of Mitra and Ross,[20] the SU(6) part of the low-lying $\frac{1}{2}^+$ baryons is written as

$$(\tfrac{1}{2})^{1/2}(\chi'\phi'+\chi''\phi''), \tag{16}$$

where the prime or double prime expresses antisymmetry or symmetry with respect to the first and second quarks. To express the SU(3) ⊗ SU(3) content of a spin term, e.g., we write it (31, 2), grouping up-spinors on the left, and down-spinors on the right. Note that the order of the indices inside each helicity group is irrelevant; we shall respect the cyclic order. For helicity $+\frac{1}{2}$, we have, with this notation,

$$\chi'_{+1/2}=[(23,1)-(31,2)],$$

$$\chi''_{+1/2}=-(\tfrac{1}{3})^{1/2}\{(12,3)-\tfrac{1}{2}[(31,2)+(23,1)]\}.$$

Then (16) is rewritten as

$$(\tfrac{1}{2})^{1/2}[-(\tfrac{1}{3})^{1/2}]\phi''(12,3)+(-\tfrac{1}{2}\phi''-\tfrac{1}{2}\sqrt{3}\phi')(23,1)$$
$$+(-\tfrac{1}{2}\phi''+\tfrac{1}{2}\sqrt{3}\phi')(31,2)].$$

Obviously, the first term is $(6,3)_s$ under SU(3) ⊗ SU(3). By symmetry of the 56 SU(6) wave function, the coefficient of (23, 1) and (31, 2) is the same function of 2, 3, 1 and 3, 1, 2, respectively, as ϕ'' is of 1, 2, 3, as can be easily verified. Then we write in an obvious notation

$$(\tfrac{1}{2})^{1/2}(\chi'_{+1/2}\phi'+\chi''_{+1/2}\phi'')=-(\tfrac{1}{3})^{1/2}\sum_p\phi''_{123}(12,3). \tag{17}$$

This formulation has the advantage of showing both the (6, 3) behavior and the symmetry in the three quarks. The formulas

$$\phi''_{231}=-\tfrac{1}{2}\phi''_{123}-\tfrac{1}{2}\sqrt{3}\phi'_{123},$$
$$\phi''_{312}=-\tfrac{1}{2}\phi''_{123}+\tfrac{1}{2}\sqrt{3}\phi'_{123} \tag{18}$$

will be very useful in the subsequent calculation.

We now pass to the effect of our mixing operator on the wave function (17). We have to replace the Pauli spinors χ_i ($i=1,2,3$) by

$$\chi_i\to(\tfrac{1}{2})^{1/2}\cosh\tfrac{1}{2}\omega[1+\mu_q p_{iz}+\mu_q W_i^{(+)}p_i^{(-)}$$
$$+\mu_q W_i^{(-)}p_i^{(+)}]\begin{bmatrix}\chi_i\\ \sigma_{iz}\chi_i\end{bmatrix}; \tag{19}$$

with the notation

$$u_i(\pm\tfrac{1}{2})=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}\chi_i(\pm\frac{1}{2})\\ \sigma_{iz}\chi_i(\pm\frac{1}{2})\end{bmatrix};$$

it amounts to replacing χ_i by u_i in the SU(6) wave function (17) and to applying the over-all operator

$$U=\prod_i[1+\mu_q p_{iz}+\mu_q W_i^{(+)}p_i^{(-)}+\mu_q W_i^{(-)}p_i^{(+)}]. \tag{20}$$

(The over-all factor $\cosh(\omega/2)$ is unimportant since it disappears when the hadron wave functions are normalized.)

Since $W_i^{(\pm)}$ raises or lowers the quark helicity, its effect on a term such as (12, 3) is either to annihilate it or to exchange the position of the corresponding quark. Thus, also taking into account the symmetry of (17) and using (18), it is very easy to calculate the new wave function and to split it into irreducible representations of SU(3) ⊗ SU(3) (see Table I). The identification of the various SU(3) ⊗ SU(3) representations is very easy:

(i) One quark alone with $h=\pm\frac{1}{2}$ corresponds to the representation 3 of SU(3)*;

(ii) Two quarks with $h=\pm\frac{1}{2}$ correspond to $\bar{3}$ or 6 of SU(3)*, depending on whether the SU(3) wave function is ϕ' (antisymmetric) or ϕ'' (symmetric);

(iii) Three quarks with $h=\pm\frac{1}{2}$ correspond to 8 of SU(3)*.

In all the three cases, the representation of SU(3) (internal symmetry) remains an octet, since the mixing operator is an SU(3) scalar. We have noted in the table the value of L_z which ensures the conservation of helicity.

TABLE I. Decomposition of the $\frac{1}{2}^+$ low-lying octet wave function at $p_z=\infty$ into SU(3)⊗SU(3) irreducible representations.

$(6,3)_8$, $L_z=0$	$-(\frac{1}{3})^{1/2}\sum_P [(1+\mu_q p_{3z}) - \frac{1}{2}\mu_q^2 p_3^+ (p_1^- + p_2^-)]\phi''_{123}(12,3)$
$(3,6)_8$, $L_z=+1$	$-(\frac{1}{3})^{1/2}\sum_P [\mu_q^3 p_1^+ p_2^+ p_3^- - \frac{1}{2}\mu_q (p_1^+ + p_2^+)]\phi''_{123}(3,12)$
$(3,\bar{3})_8$, $L_z=+1$	$-(\frac{1}{3})^{1/2}\sum_P \frac{1}{2}\sqrt{3}\,\mu_q (p_1^+ - p_2^+)\phi'_{123}(3,12)$
$(\bar{3},3)_8$, $L_z=0$	$-(\frac{1}{3})^{1/2}\sum_P \frac{1}{2}\sqrt{3}\,\mu_q^2 p_3^+ (p_2^- - p_1^-)\phi'_{123}(12,3)$
$(8,1)$, $L_z=-1$	$-(\frac{1}{3})^{1/2}\{\mu_q[p_3^- - \frac{1}{2}(p_1^- + p_2^-)]\phi''_{123} + \frac{1}{2}\sqrt{3}\,\mu_q (p_2^- - p_1^-)\phi'_{123}\}(123,0)$
$(1,8)$, $L_z=+2$	$-(\frac{1}{3})^{1/2}\{\mu_q^2[p_1^+ p_2^+ - \frac{1}{2}p_3^+ (p_1^+ + p_2^+)]\phi''_{123} + \frac{1}{2}\sqrt{3}\,\mu_q^2 p_3^+ (p_1^+ - p_2^+)\phi'_{123}\}(0,123)$

We now pass to the calculation of the mixing parameters defined by the formula (9); they are just the norms of the various components in Table I, once the total wave function has been normalized. Thus, for the representation (n,m),

$$\alpha^2(n,m) = \frac{(\psi_{(n,m)}, \psi_{(n,m)})}{(\psi,\psi)} \tag{21}$$

the norms being defined by

$$(\psi,\psi) = \int |\psi|^2 \prod_i d^3p_i \delta^3\Big(\sum_j \vec{p}_j\Big).$$

(Lorentz contraction factors affecting the z axis are unimportant since they disappear in the ratio.)

In Table II we present the results. The parameter of the development x is just μ_q^2/R^2 and characterizes the intensity of the mixing. If $R^2\to\infty$ or $m_q\to\infty$ (nonrelativistic internal velocities), we would get no mixing.

Let us quote briefly the results for $\frac{3}{2}^+$ baryon mixing (the Δ and its strange partners). The starting SU(6) wave function is

$$\chi^s\phi^s \text{ (fully symmetric combinations)}. \tag{22}$$

For helicity $\frac{1}{2}$ we can write

$$\chi^s_{+1/2} = (\tfrac{1}{3})^{1/2}\sum_P (12,3). \tag{23}$$

We note that (23) is already in a symmetric form and the calculation is thus straightforward. Table III gives the splitting of the boosted wave function into irreducible SU(3)⊗SU(3) representations. The mixing parameters of the Δ are now defined by

$$\begin{aligned}|\Delta, h=+\tfrac{1}{2}\rangle &= \delta\,|(6,3)_{10}, L_z=0\rangle + \delta'\,|(3,6)_{10}, L_z=+1\rangle \\ &\quad + \epsilon\,|(10,1), L_z=-1\rangle + \epsilon'\,|(1,10), L_z=+2\rangle, \end{aligned} \tag{24}$$

$$\delta^2+\delta'^2+\epsilon^2+\epsilon'^2=1.$$

Table IV gives the predictions for these parameters as functions of $x=\mu_q^2/R^2$. We see that $\epsilon=0$. This follows from $\sum_i \vec{p}_i = 0$, and the complete symmetry of χ^s.

TABLE II. Expression of the mixing parameters (for the low-lying octet) as functions of $x=\mu_q^2/R^2$. $\alpha^2+\alpha'^2+\beta^2+\beta'^2+\gamma^2+\gamma'^2=1$; $D_N = 1+\frac{7}{3}x+\frac{16}{9}x^2+\frac{4}{9}x^3$.

$(6,3)_8$	$\alpha^2 = (1-\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}x^2)/D_N$
$(3,6)_8$	$\alpha'^2 = (\frac{1}{6}x-\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{9}x^3)/D_N$
$(3,\bar{3})_8$	$\beta^2 = \frac{3}{4}x/D_N$
$(\bar{3},3)_8$	$\beta'^2 = x^2/D_N$
$(8,1)$	$\gamma^2 = x/D_N$
$(1,8)$	$\gamma'^2 = \frac{1}{3}x^2/D_N$

II.1.e. QUANTITATIVE PREDICTIONS AND COMPARISON WITH PREVIOUS CONFIGURATION MIXING SCHEMES

To get quantitative predictions from Table II, we have now to estimate the parameter

$$x = \frac{\mu_q^2}{R^2}.$$

We emphasize the tentative character of the estimation. Concerning R^2, the radius of the ground-state wave function, we have various estimates:

TABLE III. Decomposition of the $\frac{3}{2}^+$ low-lying decuplet wave function at $p_z = \infty$ into SU(3) ⊗ SU(3) irreducible representations.

$(6,3)_{10}$, $L_z = 0$	$(\frac{1}{3})^{1/2} \sum_P [(1 + \mu_q p_{3z}) + \mu_q^2 p_3^+ (p_1^- + p_2^-)] \phi^s_{123}(12,3)$
$(3,6)_{10}$, $L_z = +1$	$(\frac{1}{3})^{1/2} \sum_P [\mu_q (p_1^+ + p_2^+) + \mu_q^3 p_1^+ p_2^+ p_3^-] \phi^s_{123}(3,12)$
$(10,1)$, $L_z = -1$	$(\frac{1}{3})^{1/2} \sum_P \mu_q p_3^- \phi^s_{123}(123,0)$
$(1,10)$, $L_z = +2$	$(\frac{1}{3})^{1/2} \sum_P \mu_q^2 p_1^+ p_2^+ \phi^s_{123}(0,123)$

first, from phenomena involving quark-model wave functions[6]; second, from the mass spectrum.[6,12,16] All the values found fall in the range $R^2 = 6$ to 12 GeV^{-2} (Ref. 16). Most fall between 6 and 10 GeV^{-2}.

Concerning μ_q, we may take, as is usually done, the "normal" expression $1/2m_q$. If m_q is the effective mass $\frac{1}{3}M_N$, it leads, in the nonrelativistic model, to

$$\mu_p = \mu_q = \frac{3}{2M_N}, \tag{25}$$

which is roughly satisfactory. When one takes into account the small components due to the internal motion, one gets, as calculated by Bogoliubov,[4]

$$\mu_p = \mu_q(1 - \delta), \tag{26}$$

δ being the same quantity as in formula (8). As pointed out in Ref. 4, it is hard to get exactly the right correction to G_A/G_V and μ_p. With $\mu_q = 3/2M_N$ and $x = 0.255$, which means $R^2 = 11$ GeV^{-2}, one gets rough agreement[21]:

$$G_A/G_V = 1.20, \quad \mu_p = 2.60 \text{ nuclear magnetons}.$$

With this value of x, one predicts the mixing angles (Table V for $\frac{1}{2}^+$, Table VI for $\frac{3}{2}^+$).[22]

Let us show that, even if G_A/G_V is modified, we keep nevertheless the SU(6) prediction for the ratio $(F/D)_{\text{axial}} = \frac{2}{3}$, which agrees well with experiment. The axial-vector operator to be sandwiched between unmixed states will be

$$Q_5^\alpha = U^\dagger \left(\sum_i \sigma_{iz} \lambda_i^\alpha\right) U$$

$$= \left(\sum_i U_i^\dagger \sigma_{iz} \lambda_i^\alpha U_i\right) \prod_{j \neq i} (1 + \mu_q^2 \vec{p}_j^{\,2}) \tag{27}$$

where U_i is the corresponding mixing operator at the quark level. We have then

$$Q_5^\alpha = \sum_i \{ [\sigma_{iz}((1+\mu_q p_{iz})^2 - \mu_q^2 \vec{p}_{i\perp}^{\,2}) + 2\mu_q(1+\mu_q p_{iz})(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}_{i\perp})] \prod_{j \neq i} (1+\mu_q^2 \vec{p}_j^{\,2}) \}$$

Now, between states of the $\frac{1}{2}^+$ octet, the second term of (28) linear in $\vec{p}_{i\perp}$ does not contribute. The first term will give the *same ratio* $(F/D)_{\text{axial}}$ that is given by the SU(6) operator $\sum_i \sigma_{iz} \lambda_i^\alpha$.

For the Δ-N axial-vector–coupling transition constant G^* we get

$$G^* = \frac{\frac{4}{3}(1 + x - \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{9}x^3)}{(D_N D_\Delta)^{1/2}} = 0.95$$

to be compared with the PCAC (partial conservation of axial-vector current) result obtained from the $\Delta \Rightarrow N\pi$ decay,[23] $G^*_{\text{exp}} \simeq 1$.

Let us comment on the tables. In Table V, Buccella I stands for the phenomenological values of the mixing angles taken from sum rules, assuming approximate saturation by the resonances.[7] It is a model-independent determination of the mixing parameters. Buccella II corresponds to the assumption of a $\underline{56} \oplus \underline{70}$ configuration mixing[3] (also proposed by Lipkin, Rubinstein, and Meshkov[3]), plus a contribution from the Roper resonance. Harari and Gatto, Maiani, and Preparata[3] have a $\underline{56} \oplus \underline{20}$ mixing. Finally, Gershtein and Lee assume

$$|N, h = +\tfrac{1}{2}) = (6,3)_8 \oplus (3,\bar{3})_8 \oplus (8,1).$$

As concerns the $\frac{3}{2}^+$, the last three references assume no mixing.

TABLE IV. Expression of the mixing parameters (for the $\frac{3}{2}^+$ low-lying decuplet) as a function of $x = \mu_q^2/R^2$. $\delta^2 + \delta'^2 + \epsilon^2 + \epsilon'^2 = 1$; $D_\Delta = 1 + \frac{1}{3}x + \frac{20}{9}x^2 + \frac{1}{9}x^3$.

$(6,3)_{10}$	$\delta^2 = (1 + \frac{5}{3}x + \frac{4}{9}x^2)/D_\Delta$
$(3,6)_{10}$	$\delta'^2 = (\frac{2}{3}x + \frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{9}x^3)/D_\Delta$
$(10,1)$	$\epsilon^2 = 0$
$(10,1)$	$\epsilon'^2 = \frac{1}{9}x^2/D_\Delta$

TABLE V. Comparison of our prediction for the mixing parameters ($\frac{1}{2}^+$ low-lying octet) with their phenomenological determination (Buccella I) and previous configuration-mixing hypotheses. $R^2 = 11$ GeV^{-2}.

Mixing parameters	This work	Buccella I	Gershtein and Lee	Harari, Gatto, Maiani, and Preparata	Buccella II
$\alpha^2(6,3)_8$	0.57	$\alpha^2+\alpha'^2=0.59$	0.375	0.64	0.580
$\alpha'^2(3,6)_8$	0.023	$\alpha^2+\alpha'^2=0.59$	0	0	0.055
$\beta^2(3,\bar{3})_8$	0.21	$\beta^2+\beta'^2=0.24$	0.375	0.24	0.298
$\beta'^2(\bar{3},3)_8$	0.033	$0.26\leq\beta^2+\beta'^2\leq 0.41$	0	0.12	0.044
$\gamma^2(8,1)$	0.14	$\gamma^2+\gamma'^2=0.16$	0.25	0	0.023
$\gamma'^2(1,8)$	0.022	$\gamma^2+\gamma'^2\leq 0.15$	0	0	0

One observes a rather striking agreement with the phenomenological values (Buccella I). We also have a qualitative agreement with the mixing hypothesis of Gershtein and Lee (the dominant representations are the same). Moreover, we disagree with the mixing schemes which assume a simple mixing between representations of SU(6): (i) We disagree with $\underline{56}\oplus\underline{70}$, because we do not have the $(\bar{3},3)_8$ representation at first order in $\vec{p}_i$ (however, the first order representations belong to $\underline{70}$), and (ii) with $\underline{56}\oplus\underline{20}$, because we have $(8,1)$ and we do not have $(\bar{3},3)_8$ at first order in $\vec{p}_i$. An interesting aspect is that we do have mixing of the ground state with the first radial excitation, often identified with the Roper resonance. To see this let us write the $(6,3)_8$ component of Table I in the form

$$\sum_P [(1+\mu_q p_{3s}) - \tfrac{1}{2}\mu_q{}^2 \vec{p}_{31}{}^2]\phi'''_{123}(12,3).$$

The second term in the square brackets can be decomposed into a ground state and a first radial excitation polynomial.

As assumed by various authors, the $\frac{3}{2}^+$ is predicted to be almost unmixed (this is a consequence of the spin wave-function symmetry), as shown in Table VI.

TABLE VI. Comparison of our prediction for the mixing parameters ($\frac{3}{2}^+$ low-lying decuplet) with previous configuration-mixing hypotheses.

Mixing parameters	This work	Harari	Gershtein and Lee
$\delta^2(6,3)_{10}$	0.863	1	1
$\delta'^2(3,6)_{10}$	0.119	0	0
$\epsilon^2(10,1)$	0	0	0
$\epsilon'^2(1,10)$	0.018	0	0

On the whole, the success of the quark model is rather impressive. Once we have reasonable values for G_A/G_V and the nucleon magnetic moments which correspond to values of the quark effective mass and a value for R^2 roughly in agreement with what we can expect from the properties of the hadron spectrum (masses, as well as transition amplitudes), the whole mixing scheme of the baryons is predicted. This is a rather detailed test of the wave functions. One should not, however, overemphasize the purely quantitative aspect of the results, because there are serious uncertainties concerning the constants R^2 and $\mu_q{}^2$, and the results are rather sensitive to these constants (see Fig. 1). What is remarkable is that there exist reasonable values of R^2 and $\mu_q{}^2$ (included in the anticipated range) for which we predict the correct mixing. This success is not an accident; we have done the parallel calculations for mesons: The $\pi - A_1(0)$ and the $\rho(\pm1) - B(\pm1)$ mixing angles are, respectively, 45° and 30°, in agreement with the phenomenological calculations of Weinberg,[24] Gilman and Harari,[25] and Buccella, Kleinert, Savoy, Celeghini, and Sorace.[9] These results and other consequences of the mixing operator for mesons will be published elsewhere.

II.1.f. RELATED THEORETICAL IDEAS

Related theoretical ideas can be found in some earlier works of Gell-Mann *et al.*[1,8] Namely, he is often led to use the naive quark model as a hint and he recognizes that the relativistic quark velocities may provide corrections to the SU(6) results. Thus, he finds an expression for G_A/G_V quite similar to that of Bogoliubov,

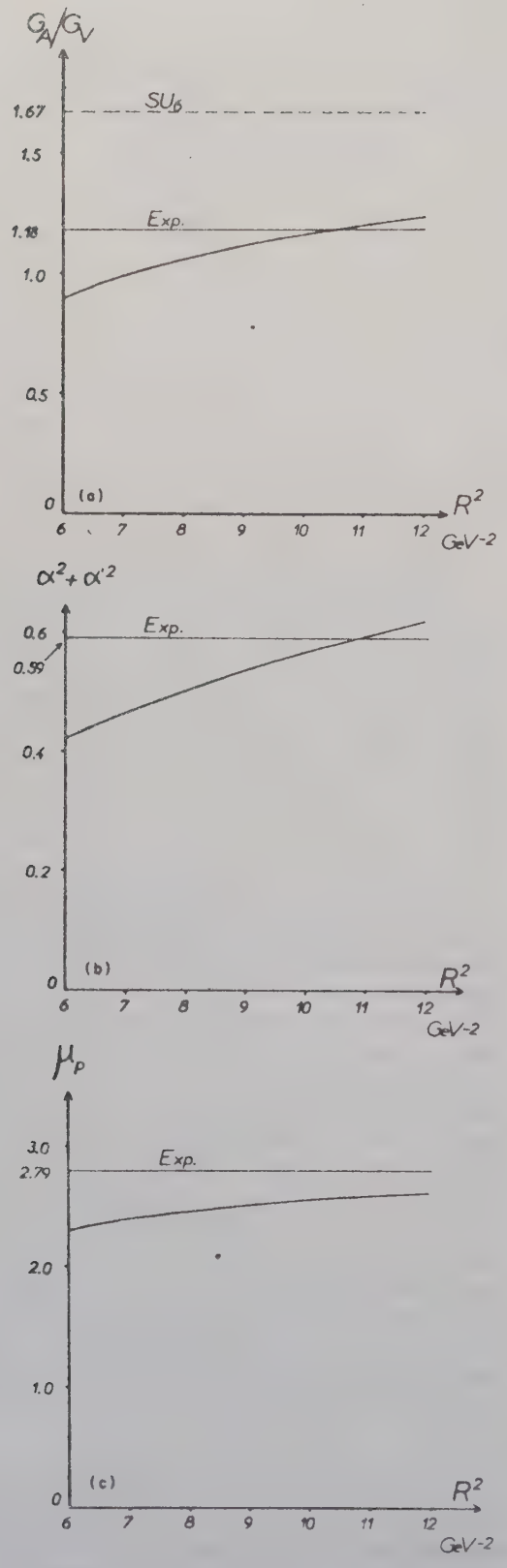


FIG. 1. The curves give G_A/G_V, $\alpha^2+\alpha'^2$, and μ_p as functions of R^2 for $\mu_q = 1/2m_q = 3/2m_n$. The horizontal solid lines indicate the experimental values. In Fig. 1(a) we indicate the SU_6 value by a dashed line.

$$\frac{G_A}{G_V} = \frac{5}{3}\left(1 - \frac{\langle \vec{p}^2 \rangle}{3m^2} + \cdots\right).$$

He discusses the role of the Foldy-Wouthuysen transformation in the evaluation of such relativistic corrections. He represents the corrections by a phenomenological unitary transformation e^{iS} at the quark level, which is constrained to fulfill some "angular conditions." In fact, this e^{iS} operator is just our Wigner rotation of quark spins. Moreover, we have shown that the Foldy-Wouthuysen transformation and the Wigner rotation are two versions—in different frames—of the same relativistic phenomenon. We suspect that this may explain the similarity between our results and the structure of the Melosh operator,[10] as reported by Gilman and Kugler[26] and Hey and Weyers.[27] From (28), it is trivial to see that the corrective term to the SU(6) axial charge behaves like the corrective term in the Melosh operator,[28]

$$\{(3,\bar{3})_{\Delta\lambda=+1},\ L_z=-1\} - \{(\bar{3},3)_{\Delta\lambda=-1},\ L_z=+1\}.$$

Although there is undoubtedly a relation between our approach and that of Gell-Mann, we think that they are not equivalent. We try to keep real quarks endowed with a real spatial motion, described by a wave function. We believe that the main problem is to carefully analyze this motion; for instance the (harmonic) mass spectrum suggests that the motion is highly relativistic and moreover gives an estimate of the momentum distribution. The richness of a relativistic motion (revealed through the presence of small components, pair creation, etc.) provides an explanation for numerous involved phenomena such as the configuration mixing. We are also able to predict semiquantitatively the mixing parameters on the basis of the naive quark-model classification of hadrons.

Important efforts in order to formulate the SU(3) ⊗ SU(3) mixing have also been made by a number of physicists.[3,7,9,29,30] Besides their phenomenological analyses, Buccella *et al.* have proposed, while trying to sum up their conclusions, a mixing operator $e^{i\theta Z}$, where $Z = (\vec{W}\times\vec{M})_z$, $\vec{M}$ being some vector, and $\vec{W}$ the W-spin generators; our mixing operator has just this structure, the first-order term of U being

$$-i\mu_q \sum_i (\vec{W}_i \times \vec{p}_i)_z .$$

In a later work,[30] they try to satisfy the Weinberg conditions on the mass spectrum and the chiral charges.[24] They find that $\vec{M}$ "is the coordinate of the three-dimensional harmonic oscillator" and that the spectrum to lowest order in θ is the harmonic one plus a spin-orbit coupling. Thus they

find some aspects of our results, but in their work, (i) the form of Z is introduced *a priori*, and (ii) the relation between the parameter θ and the hadron spectrum remains unexplained.

As shown in Refs. 9, 24, 25, and 26, the configuration mixing for mesons leads to a rough agreement with experiment for some axial-vector transition matrix elements ($A \to \rho\pi$, $B \to \omega\pi$) which were serious problems for the $SU(6)_w$ scheme. In the frame of the quark model, another way to describe these processes leading to similar results has been provided by the quark pair-creation model of strong-interaction vertices.[31] In our realistic formulation of the model[32] the decay process is described by a pair-creation operator which couples the spin and the relative momentum of the pair in a $^3P_0$ state. A sizable departure from the SU(6) results appears when one takes into account the internal motion (defined by the same wave functions as in the present paper). The interpretation of PCAC in the frame of the quark model would explain how the axial-vector coupling with mixing leads to the same results as the pure strong-interaction process of the quark pair-creation model.

II.1.g. CONCLUSION

In the frame of the realistic quark model we have tried to explain, for axial-vector–current matrix elements, the systematic discrepancies between the experiment and the predictions of the nonrelativistic treatment. We follow the proposal by Bogoliubov that G_A/G_V can be reduced from $\frac{5}{3}$ to the experimental value by relativistic corrections due to the small components of the quark Dirac spinors. This proposal is strongly supported by the estimate of the quark velocity as suggested by the hadron spectrum and other phenomena. We make the hypothesis that under relativistic conditions, the SU(6) wave functions of the simple naive model are still valid, Pauli spinors being, however, replaced by Dirac spinors. We then predict at $p_z = \infty$, through the Wigner rotations of quark spins, the whole $SU(3) \otimes SU(3)$ configuration mixing used by current algebraists. Moreover, we predict semiquantitatively the whole set of mixing angles for baryons and mesons from the estimate of the quark internal velocity. We believe that this is a rather remarkable success for the "naive" or "realistic" quark model.

---

*Laboratoire associé au Centre National de la Recherche Scientifique.

[1]R. Dashen and M. Gell-Mann, in *Proceedings of the Third Coral Gables Conference on Symmetry Principles at High Energies, University of Miami, 1966,* edited by A. Perlmutter, J. Wojtaszek, E. C. G. Sudarshan, and B. Kurşunoğlu (Freeman, San Francisco, California, 1966), p. 168.

[2]W. I. Weisberger, Phys. Rev. Lett. 14, 1047 (1965); S. L. Adler, *ibid.* 14, 1051 (1965).

[3]H. Harari, Phys. Rev. Lett. 16, 964 (1966); 17, 56 (1966); R. Gatto, L. Maiani, and G. Preparata, *ibid.* 16, 377 (1966); N. Cabibbo and H. Ruegg, Phys. Lett. 22, 85 (1966); I. Gershtein and B. W. Lee, Phys. Rev. Lett. 16, 1060 (1966); Phys. Rev. 152, 1418 (1966); H. Lipkin, H. Rubinstein, and S. Meshkov, Phys. Rev. 148, 1045 (1966); F. Buccella, M. De Maria, and B. Tirozzi, Nucl. Phys. B8, 521 (1968).

[4]P. N. Bogoliubov, Ann. Inst. Henri Poincaré 8, 163 (1968).

[5]G. Morpurgo, Physics 2, 95 (1965).

[6]D. Faiman and A. W. Hendry, Phys. Rev. 173, 1720 (1968); 180, 1572 (1968); 180, 1609 (1969); D. R. Harrington and A. Pagnamenta, Phys. Rev. 173, 1599 (1968); A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène, and J. C. Raynal, Nucl. Phys. B29, 204 (1971); B37, 541 (1972); B37, 552 (1972); L. A. Copley, G. Karl, and E. Obryk, Nucl. Phys. B13, 303 (1969); A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène, and J. C. Raynal, Nuovo Cimento 16A, 261 (1973).

[7]F. Buccella, M. De Maria, and M. Lusignoli, Nucl. Phys. B6, 430 (1968),

[8]M. Gell-Mann, in *Strong and Weak Interactions: Present Problems,* proceedings of the School of Physics "Ettore Majorana," 1966, edited by A. Zichichi (Academic, New York, 1967), pp. 173 and 202; in *Hadrons and Their Interactions,* proceedings of the School of Physics "Ettore Majorana," 1967, edited by A. Zichichi, (*ibid.*); M. Gell-Mann, D. Horn, and J. Weyers, in *Proceedings of The International Conference on Elementary Particles, Heidelberg, Germany, 1967,* edited by H. Filthuth (North-Holland, Amsterdam, 1968), p. 479.

[9]F. Buccella, H. Kleinert, C. A. Savoy, E. Celeghini, and E. Sorace, Nuovo Cimento 59A, 133 (1970).

[10]H. J. Melosh, Caltech Ph.D. thesis, 1973 (unpublished).

[11]The presence of a magnetic moment operator $\vec{\sigma}_i$ (between Pauli spinors) comes from the small components of the Dirac spinors proportional to the momentum transfer.

[12]For instance, Feynman, Kislinger, and Ravndal apply the Bargmann-Wigner condition in their relativistic harmonic-oscillator quark model and this amounts to canceling the small components in the hadron center-of-mass system. See R. P. Feynman, M. Kislinger, and F. Ravndal, Phys. Rev. D 3, 2706 (1971).

[13]Note that many works on photoproduction and electroproduction in the quark model lead to the same conclusion. The convective term in the Foldy-Wouthuysen expansion of the quark current, which gives a measure of the internal quark velocity, needs to be important in order to correctly describe photoproduction amplitudes, as shown by Copley, Karl, and Obryk (Ref. 6). In fact, in the relativistically correct description of the electromagnetic interactions of composite systems,

the small components of the Dirac spinors in the bound-state center-of-mass system play a crucial role, as shown by S. J. Brodsky and J. R. Primack [Ann. Phys. (N.Y.) 52, 315 (1969)] and by F. E. Close and L. A. Copley [Nucl. Phys. B19, 477 (1970)], who emphasized the possible importance of such terms in the quark-model calculations.

[14]B. W. Lee, Phys. Rev. Lett. 14, 676 (1965); R. F. Dashen and M. Gell-Mann, Phys. Lett. 17, 142 (1965); 17, 145 (1965).

[15]Note that we do not try to start from a relativistic wave equation in a potential. We incorporate in a simple way the relativistic quark motion in the spin part of the wave functions, whose big components are those of the nonrelativistic harmonic oscillator.

[16]A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène and J. C. Raynal, LPTHE Report No. 72/6 (unpublished).

[17]A. L. Licht and A. Pagnamenta, Phys. Rev. D 2, 1150 (1970). We have used this hypothesis to calculate electroproduction at large transfer in A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène, and J. C. Raynal, Nucl. Phys. B37, 552 (1972).

[18]The important role of the Wigner rotations of quark spins in high-energy collisions have been emphasized by Lipkin, Krzywicki, and Le Yaouanc, and by ourselves in its application to diffractive production. H. Lipkin, Phys. Rev. 183, 1221 (1969); A. Krzywicki and A. Le Yaouanc, Nucl. Phys. B14, 246 (1969). For diffractive production see Ref. 6.

[19]H. Lipkin and S. Meshov, Phys. Rev. Lett. 14, 670 (1965).

[20]A. N. Mitra and M. Ross, Phys. Rev. 158, 1630 (1967).

[21]Photoproduction amplitudes calculated in the harmonic-oscillator quark model by K. C. Bowler [Phys. Rev. D 1, 926 (1970)], including terms of the order m_q^{-2} in the Foldy-Wouthuysen expansion, seem to fit with a value $R^2 = 11$ GeV^{-2}. This may be another indication that a complete relativistic treatment of the quark spin leads to higher values of R^2 than the nonrelativistic one.

[22]In fact the spatial wave function in Ref. 5 plays the role of a cutoff in the calculation of the mean value $(\langle \vec{p}^2 \rangle)^{1/2}$, which determines the mixing parameters. Any wave function (of a Coulomb or a Yukawa potential, for instance) could play such a role, and by itself, this calculation is not a sensitive test of the harmonic oscillator. The Coulomb potential has been suggested because of the smooth q^2 behavior of the electromagnetic form factors. [H. Lipkin, in *Proceedings of the Fifth International Conference on Elementary Particles, Lund, 1969*, edited by G. von Dardel (Berlingska Boktryckeriet, Lund, Sweden, 1970).] However, the harmonic oscillator can explain the dipole shape of the nucleon form factors by the Lorentz contraction of the wave function (Ref. 17) and is well tested for the excited hadronic states (Ref. 12). So we think it better to stick to the harmonic-oscillator model. This allows us to compare our parameter R^2 to other determinations by other phenomena.

[23]H. Harari, in *Spectroscopic and Group Theoretical Methods in Physics* (North-Holland, Amsterdam, 1968), p. 363.

[24]S. Weinberg, Phys. Rev. 177, 2604 (1969).

[25]F. J. Gilman and H. Harari, Phys. Rev. 165, 1803 (1968).

[26]F. J. Gilman and M. Kugler, Phys. Rev. Lett. 30, 518 (1973).

[27]A. J. C. Hey and J. Weyers, Phys. Lett. 44B, 263 (1973).

[28]After the issue of the report version of this work, we have studied the Melosh thesis (Ref. 10). We think indeed that our works are equivalent on some main points, in particular on the result that the chiral SU(3)⊗SU(3) configuration mixing is produced by transverse-momentum components of the quarks, and on the relation between the Wigner rotation and the Foldy-Wouthuysen transformation. However, the two approaches are different. He uses the shortcut of the W spin and $SU(6)_W$ formalism to avoid the necessity of boosts, and obtains the mixing operator by constraining the generators of the $SU(6)_W$ group that classifies the hadron states to commute with the Hamiltonian (assumed to be the one of the quark free-field theory). In our approach we start from the highly relativistic motion of the quarks inside the hadrons (even in the hadron center-of-mass system) suggested by the mean level spacing of the hadronic spectrum or by the high value of the convective term in the quark electromagnetic current required by photoproduction (Ref. 13). Then we consequently modify the center-of-mass wave functions by substituting Pauli spinors by Dirac spinors. (We have adopted free Dirac spinors, as is implicit in the quark free-field theory approach of Melosh.) The calculation of the mixing angles at $p_z = \infty$ turns out to be a test of our hypothesis for the wave functions at rest. We relate in this way two apparently disconnected regions and phenomena: the successes of the harmonic-oscillator quark model at low energies and the mixing parameters needed by current algebraists at $p_z = \infty$.

[29]F. Buccella, E. Celeghini, and E. Sorace, Nuovo Cimento Lett. 1, 556 (1969); 2, 571 (1969); G. Boldrighini, F. Buccella, E. Celeghini, E. Sorace, and L. Triolo, Nucl. Phys. B22, 651 (1970); F. Buccella, F. Nicolo, A. Pugliese, and E. Sorace, Nuovo Cimento 9A, 120 (1972); F. Buccella, F. Nicolo, and C. A. Savoy, Nuovo Cimento Lett. 6, 173 (1973).

[30]F. Buccella, C. A. Savoy, and E. Celeghini, Nuovo Cimento 7A, 281 (1972).

[31]L. Micu, Nucl. Phys. B10, 521 (1969); E. Colglazier and J. Rosner, Nucl. Phys. B27, 349 (1971).

[32]A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène, and J. C. Raynal, Phys. Rev. D 8, 2223 (1973); 9, 1415 (1974).

II.2.- Comparaison avec des travaux parallèles récents.

Le point de départ des nombreux développements théoriques dans ce domaine est le problème, souligné par Gell-Mann et Dashen ([1]), qui se pose lorsqu'on essaye de classer des particules (d'impulsion $P_z = \infty$ et d'hélicité fixée) dans des représentations irréductibles du groupe $SU(3) \otimes SU(3)$ chiral des charges définies à t=0 (les mêmes problèmes se posent pour le groupe collinéaire $SU(6)_W$ dont $SU(3) \otimes SU(3)$ chiral est un sousgroupe). L'essentiel de ces travaux concerne l'algèbre des charges dans la théorie des champs de quarks libres, bien que l'on postule, dans l'esprit des travaux de Gell-Mann, la validité des résultats algébriques au cas réel.

Par contre, notre point de départ est la description du spectre hadronique (des états au repos) par SU(6) et le modéle en couches, approche développé notamment par Dalitz et al. ([2]), et une analyse concrète du mouvement des quarks au sein des hadrons, considérés comme des particules réelles.

Même au risque de faire des rappels, mais pour montrer les rapports et différences avec notre approche de ces travaux basés sur l'algèbre des courants, nous résumons d'abord notre travail en soulignant ses bases physiques, ses limitations, et en essayant d'en dégager ses aspects algébriques. Nous rappelons ensuite les problèmes du groupe chiral en tant que symmétrie de classification de particules. Nous passons alors en revue les lignes suivantes de recherche: la prémière transformation de Melosh ([3]) et la critique de De Alwis et Stern ([4]); la deuxième transformation de Melosh ([5]) et le rôle du groupe de Poincaré dans ce problème, souligné de façon particulièrement claire par Buccella, Savoy et Sorba ([6]). Ces auteurs rejoignent notre hypothèse physique de base concernant le caractère relativiste du mouvement des quarks au sein des hadrons. Nous passons ensuite aux applications phénoménologiques de la transformation de Melosh. Finalement, nous examinons aussi le travail de Kellett ([7]), basé, comme le nôtre, sur le modèle des quarks réaliste.

II.2.a. Bref aperçu de notre approche.

Nous sommes partis des fonctions d'onde du modèle en couches et SU(6) pour l'octet $1/2^+$ et le décuplet $3/2^+$ de l'état fondamental $L^P=0^+$. Ensuite, nous avons présenté diverses considérations simples sur le caractère spécifique du spectre hadronique l'épacement moyen entre niveaux ω (grand par rapport à la masse de l'état fondamental), et la taille des hadrons $\sim R$ (liée à la valeur moyenne de l'impulsion interne des quarks $\sqrt{\langle p_i^2 \rangle}$) conduisent, dans le cadre du modèle de l'oscillateur harmonique, à une vitesse moyenne relativiste pour les quarks. D'autres arguments phénoménologiques, comme l'ordre de grandeur du terme convectif du courant électromagnétique des quarks, nous ont confirmé dans cette conclusion. Nous avons proposé, en conséquence, de modifier la fonction d'onde des hadrons au repos, en tenant compte dans la partie de spin de ce mouvement relativiste. Puisque des valeurs de ω et de R^2 il s'ensuit dans le cadre du modèle que les quarks ont une masse $m_q \simeq m_N/3$, nous pouvons les considérer comme quasilibres au sein des hadrons. L'hypothèse la plus simple (bien que non solidement justifiée sur le plan théorique) nous a paru alors de substituer dans la partie de spin les spineurs de Pauli par des spineurs de Dirac libres. Nous avons ainsi modifié le groupe de classification pour les hadrons au repos. Les générateurs du nouveau SU(6) sont

$$\sum_i \lambda_i^\alpha \,,\quad \sum_i \vec{S}_i^{(M)} \,,\quad \sum_i \lambda_i^\alpha \vec{S}_i^{(M)} \quad (\alpha = 1,\dots,8) \qquad \text{(II.2.1)}$$

où la somme est sur chaque quark, et $\vec{S}_i^{(M)}$ est l'opérateur spin moyen de Foldy-Wouthuysen pour le i-ème quark (+). Il ne s'agit

---

(+) Le choix simple que nous avons fait pour les spineurs (dont la dépendance en $\vec{p}_i$ n'est pas exactement celle des spineurs solution de l'équation de Dirac libre) conduit à une expression particulière pour les opérateurs $\vec{S}_i^{(M)}(\vec{p}_i)$. Avec les spineurs choisis, la transformation de F-W s'écrit

donc plus du groupe SU(6) statique, dont les générateurs sont

$$\sum_i \lambda_i^\alpha \,,\quad \sum_i \frac{\vec{\sigma}_i}{2} \,,\quad \sum_i \lambda_i^\alpha \frac{\vec{\sigma}_i}{2} \qquad \text{(II.2.2)}$$

qui correspondent à l'hypothèse physique de Morpurgo, $\vec{p}_i^{\,2} \ll m_q^2$ ([8]).

Nous avons alors appliqué à la fonction d'onde au repos une transformation de Lorentz à $P_z = \infty$. Celle-ci inclut la contraction de Lorentz de la partie d'espace et une matrice qui agit sur la fonction d'onde de spin. Puisque nous avons supposé dans la fonction d'onde la factorisation des spineurs de Dirac libres, nous avons écrit la matrice du boost qui agit sur la partie de spin sous la forme d'un produit de matrices de boost libres,

$$\prod_{i=1}^{3} \left(\cosh \frac{\alpha}{2} + \alpha_z(i) \sinh \frac{\alpha}{2} \right) \qquad \text{(II.2.3)}$$

Nous avons ainsi montré que l'octet $1/2^+$ et le décuplet $3/2^+$, d'hélicité donnée $+1/2$ n'appartiennent pas à une représentation irréductible du groupe chiral. Du fait du mouvement relativiste interne, la fonction d'onde du hadron réel s'écrit, à $P_z = \infty$, comme un produit de rotations de Wigner sur (6,3). Pour l'octet,

$$|B, +\tfrac{1}{2}\rangle_{P_z=\infty} \sim \left(\prod_{i=1}^{3} R_i \right) |(6,3)_S, L_z = 0\rangle \qquad \text{(II.2.4)}$$

$$F_i = \frac{1 + \mu_q \vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}_i}{\sqrt{1 + \mu_q^2 \vec{p}_i^{\,2}}} \,, \quad F_i F_i^+ = F_i^+ F_i = 1$$

$$\mu_i = F_i^{-1} \begin{pmatrix} \chi_i \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_q^2 \vec{p}_i^{\,2}}} \begin{pmatrix} \chi_i \\ \mu_q \vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}_i \chi_i \end{pmatrix} \,, \quad \mu_i^+ \mu_i = 1$$

Les générateurs du nouveau SU(6) sont alors

$$\sum_i \vec{S}_i^{(F)} = \sum_i F_i^{-1} \frac{\vec{\sigma}_i}{2} F_i$$

Avec cette construction, les opérateurs (II.2.1) relient les différents états à l'intérieur d'une même supermultiplet dont les fonctions d'onde de spin sont exprimées en termes des spineurs de Dirac ci-dessus.

où

$$R_i \sim \left(1 + i\mu_q \beta_i (\vec{\sigma}_i \wedge \vec{P}_i)_3\right) \qquad \text{(II.2.5)}$$

est une rotation agissant sur le spineur d'hélicité du i-ème quark. Le fait que les générateurs du groupe de symmétrie à $\vec{P}=0$ ne soient plus donnés par (II.2.2) mais par (II.2.1) est la traduction au repos du même phénomène.

Pour des valeurs raisonables des paramètres μ_q et R^2 qui donnent un couplage axial G_A/G_V en accord avec l'expérience (on garde d'ailleurs la prédiction $(F/D)_{axial}=2/3$), nous prédisons l'ensemble du mélange chiral, en accord semiquantitatif avec sa détermination phénoménologique par Buccella, De Maria et Lusignoli ([9]). Pour nous, ceci est surtout un test assez fin de notre fonction d'onde pour les baryons au repos, et par conséquent de notre traitement simple du spin des quarks animés de vitesses relativistes.

Notre conclusion est donc que le baryon n'appartient pas à une représentation irréductible du groupe chiral à $P_z=\infty$, et que ceci est un phénomène caractéristique du spectre hadronique. L'intensité du mélange est donnée par le paramètre

$$\mu_q^2 \langle \vec{p}_i^2 \rangle \sim \frac{\mu_q^2}{R^2} = \frac{\omega m_q}{4 m_q^2} \sim \frac{\omega}{m_H} \qquad \text{(II.2.6)}$$

où ω est l'épacement moyen entre deux niveaux consécutifs du spectre ($\sim$400 MeV) et m_H est une masse typique ($\sim$1 GeV). Contrairement aux spectres atomique ou nucléaire, cette quantité n'est pas faible pour le spectre des hadrons.

Un point important à signaler sur les limitations de notre approche est que notre travail ne fait pas explicitement appel à la théorie des champs; il se base, pour l'instant, sur la notion de fonction d'onde des hadrons en termes de quarks et sur des hypothèses simples concernant les transformations de Lorentz de ces fonctions d'onde. Les opérateurs que nous considérons (générateurs de spin au repos, opérateur de Gamow-Teller qui intervient dans l'estimation des couplages axiaux, générateurs de SU(3)$\otimes$SU(3),

matrices de boost,...) s'expriment simplement en termes de matrices de Dirac. Des aspects qui apparaissent simples dans notre formalisme présentent des problèmes nouveaux en deuxième quantification, même dans la théorie des champs de quarks libres.

Ainsi, par exemple, dans la formule (II.2.4), le spin des quarks animés d'une impulsion infinie suivant Oz est décrit par des spineurs d'hélicité

$$\begin{pmatrix} \chi_i \\ \sigma_{iz}\chi_i \end{pmatrix} \qquad \text{(II.2.7)}$$

Dans ces conditions, suivant que son hélicité soit +1/2 ou -1/2, chaque quark appartient à une représentation fondamentale (3,1) ou (1,3) de $SU(3)\otimes SU(3)$ chiral ou collinéaire (ce qui à $P_z=\infty$ revient au même), dont les générateurs sont, respectivement

$$\sum_i \lambda_i^\alpha \left(\frac{1\pm\gamma_5(i)}{2}\right), \quad \sum_i \lambda_i^\alpha \left(\frac{1\pm\sigma_z(i)}{2}\right) \qquad \text{(II.2.8)}$$

Lorsqu'on considère les charges $Q_5^\alpha \sim \lambda^\alpha\gamma_5$ (définies à t=0) dans la théorie des champs de quarks libres, ces dernières conclusions ne sont pas exactes. L'action de Q_5^α sur l'état à un quark d'impulsion infinie suivant Oz n'est pas un état à <u>un</u> quark, mais une superposition d'un tel état plus des paires quark-antiquark d'impulsion totale nulle et d'impulsion relative faible par rapport à $P_z \to \infty$. Les contributions de ces paires, qui ont les nombres quantiques du méson π , disparaissent dans les commutateurs ([10]) et les états à un quark (d'impulsion infinie suivant Oz) réalisent <u>dans un sens faible</u> une représentation fondamentale de l'algèbre des charges.

II.2.b. <u>Problèmes de l'algèbre chirale comme symmétrie de classification</u>.

Nous avons remarqué que, même dans la théorie libre, parmi les générateurs de $SU(3)\otimes SU(3)$ (définis à t=0), les charges axiales $Q_5^\alpha \sim \lambda^\alpha\gamma_5$ $(\alpha=1,\dots,8)$ excitent le vide (créent des

paires), ce phénomène étant lié au fait que ces charges ne commutent pas avec l'hamiltonien de Dirac libre, H_{libre}. Par contre les générateurs de SU(3), φ^α , commutent avec H_{libre} à l'approximation de masses égales pour les quarks, $m_p=m_n=m_\lambda$. Ceci suggère déjà que, en général, on puisse classer des particules dans des représentations irréductibles de SU(3), mais non pas dans des représentations de SU(3)⊗SU(3).

Mais si l'on suppose en général le résultat du modèle libre, à savoir que, à $P_z=\infty$, les paires crées ne contribuent pas aux commutateurs, on peut néanmoins essayer de"classer" des particules d'impulsion $P_z=$ et d'hélicité fixée dans des représentations de SU(3)⊗SU(3). Nous n'entendons pas cette classification dans le sens ordinaire, comme pour l'isospin ou SU(3), mais plutôt dans le sens que les commutateurs de l'algèbre vont être saturés par un nombre fini d'états à une particule. Cependant, Dashen et Gell-Mann ([1]) ont montré que si l'on classe des particules d'impulsion $P_z=\infty$ dans des représentations irréductibles du groupe chiral, l'on rencontre de graves problèmes phénoménologiques concernant les couplages axiaux et les moments magnétiques.

Par exemple,si l'on sature par l'octet $1/2^+$ et le décuplet $3/2^+$(d'hélicité +1/2) la règle de commutation (ce qui équivaut à les classer dans la représentation $|(6,3), L_z=0>$)

$$[\varphi_5^\alpha, \varphi_5^\beta] = i f^{\alpha\beta\gamma} \varphi^\gamma \qquad \text{(II.2.9)}$$

qui, dans notre langage naïf (nous restreignant à l'isospin), s'écrit,

$$\left[\sum_i \sigma_i^3 \tau_i^{(-)}, \sum_j \sigma_j^3 \tau_j^{(+)}\right] = -\sum_k \tau_k^3 \qquad \text{(II.2.10)}$$

on obtient

la règle de somme d'Adler-Weisberger sous la forme

$$G_A^2 = 1 + G^{*2} \qquad \text{(II.2.11)}$$

où G_A^2 et G^{*2} sont les contributions du nucléon et du Δ

comme seuls possibles états intermédiaires,

$$G_A^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2, \quad G^{*2} = \left(G^*_{N\to\Delta^0}\right)^2 - \left(G^*_{N\to\Delta^+}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \qquad \text{(II.2.12)}$$

ce qui est en désaccord avec l'expérience. De plus,

en faisant appel à PCAC, nous savons que d'autres résonances (des états excités avec $L \neq 0$) ont des éléments de matrice axiaux non nuls avec le nucléon. D'autre part, l'expérience nous dit aussi que $|G_A| < 5/3$ et donc que ces contributions des états de masse supérieure pourraient être bien venues à la règle de somme. Ces états peuvent contribuer si justement le nucléon est un mélange de la représentation $|(6,3)_{8,1}, L_z = 0\rangle$ et d'autres représentations avec $L_z \neq 0$.

D'autre part, comme a été montré par Dashen et Gell-Mann, <u>en absence de mélange</u>, les moments magnétiques anomales du nucléon et le moment magnétique dipolaire de transition N-Δ sont nuls, $\mu_A^r = 0$, $\mu^* = 0$, en violent désaccord avec l'expérience. Ceci vient du fait que, par l'invariance de jauge, entre des états d'impulsion $P_z = \infty$, l'opérateur que l'on considère est l'opérateur dipolaire

$$\int d^3x\, \vec{x}_\perp J^0(x) \sim \left[\left((1,8)+(8,1)\right)_{S_z=0}, L_z = \pm 1\right] \qquad \text{(II.2.13)}$$

qui a des éléments de matrice nuls entre des états avec $L_z = 0$, comme le nucléon et le Δ .

Notons que, dans notre approche, ce problème des moments magnétiques ne se pose pas dans les mêmes termes .

Nous nous appuyons sur des fonctions d'onde de SU(6) pour les hadrons au repos et notre point de vue ne diffère pas essentiellement du vieux calcul naïf qui fait usage des fonctions d'onde de SU(6) statique ([11]). En supposant un courant minimal pour les quarks $\bar{q}\gamma_\mu q$ et considérant une transition de spin-flip, avec un moment de transfert infinitésimal $\vec{q}$ ([12]), on calcule le moment magnétique total. Il faut appliquer des boosts

externes d'impulsions du centre de masse $-\vec{q}/2$ et $+\vec{q}/2$ aux états initial et final; ceci est fait en détail dans notre travail sur la neutrino-production de N^* ([13]), où nous avons adopté des fonctions d'onde de spin exprimés en termes de spincurs de Dirac libres, mais en faisant dans les calculs pratiques un développement limité à l'ordre $1/m_q$ (cf. I.2.a). On obtient alors les fameux résultats

$$\mu_p^{tot}/\mu_n^{tot} = -3/2, \quad \mu^*/\mu_p^{tot} = 2\sqrt{2}/3 \qquad \text{(II.2.14)}$$

Par contre, un problème réel qui subsiste dans notre approche est celui de la valeur absolue du moment magnétique, lié en particulier à celui de la structure électromagnétique des quarks (présence d'un terme anomal dans l'élément de matrice du courant ([13])). Nous reviendrons sur ce point en commentant le travail de Kellett dans II.2.f.

II.2.c. La première transformation de Melosh et les charges sur le plan nul.

L'essentiel des résultats du travail de Melosh ([3]) concerne la théorie des champs de quarks libres. Il considère les générateurs du groupe $SU(6)_{W,\ currents}$, les 35 charges définies à t=0 $\mathcal{F}_0^\alpha$, $\mathcal{F}_i^\alpha$ ($\alpha = 0,1,\dots,8$; $\mathcal{F}_0^0$ exclu), qui s'écrivent

$$\mathcal{F}_\mu^\alpha = \int d^3x\, \delta(t)\, q^+(x)\, \hat{\sigma}_\mu\, \frac{\lambda^\alpha}{2}\, q(x) \qquad \text{(II.2.15)}$$

$$\hat{\sigma}_0 = \mathbb{1}, \quad \hat{\sigma}_1 = \beta\sigma_x, \quad \hat{\sigma}_2 = \beta\sigma_y, \quad \hat{\sigma}_3 = \sigma_3 \qquad \text{(II.2.16)}$$

Le groupe chiral en est un sousgroupe. Notons que $[\beta\sigma_x, \alpha_3] = [\beta\sigma_y, \alpha_3] = [\sigma_3, \alpha_3] = 0$; il s'en suit que ces opérateurs ont des éléments de matrice non nuls entre des états de masse finie animés d'une impulsion infinie suivant Oz.

Les opérateurs $\mathcal{F}_i^\alpha$ ($i = 1,2,3$) excitent le vide, ne commutent pas avec H_{libre} et si l'on considère $SU(6)_{W,currents}$ comme une symmétrie de classification des hadrons en mouvement su

vant Oz, on rencontre les difficultés que nous avons évoqué,

$$\left|\frac{G_A}{G_V}\right| = \frac{5}{3}, \quad |G^*| = \frac{4}{3}, \quad \mu_A^N = 0, \quad \mu^* = 0 \qquad \text{(II.2.17)}$$

D'autre part, se basant sur les succès de SU(6) comme schéma de classification, Melosh considère une autre symmétrie, $SU(6)_{W,strong}$ qui, bien que très brisée, classe les hadrons en mouvement suivant Oz dans des représentations irréductibles (56 pour les baryons, et 35+1 pour les mésons de l'état fondamental). Les générateurs de $SU(6)_{W,strong}$ W_0^α, W_i^α, commutent avec les boosts suivant Oz, $[W_\mu^\alpha, \alpha_3] = 0$, et satisfont la même algèbre que les Φ_μ^α.

L'on peut identifier les générateurs de SU(3), W_0^α, aux charges conservées, Φ_0^α, ceci revient à généraliser CVC à SU(3).

Pour le reste des opérateurs, et dans la limite où l'on considère $SU(6)_{W,strong}$ exact (particules d'un même supermultiplet dégénérées de masse), Melosh postule une transformation unitaire V (singlet de SU(3), C=+, P=+, $[V, J_3] = 0$),

$$W_i^\alpha = V \Phi_i^\alpha V^{-1} \qquad \text{(II.2.18)}$$

qu'il construit explicitement dans la théorie libre, en imposant $[W_i^\alpha, H_{libre}] = 0$.

La transormation qu'il propose s'écrit

$$V_{libre} = \exp(i\,\gamma_{libre})$$
$$\gamma_{libre} = \frac{1}{2}\int d^3\vec{x}\; q^+(x) \operatorname{arctg}\left(\frac{\vec{\Gamma}_1 \cdot \vec{\partial}_1}{m}\right) q(x) \qquad \text{(II.2.19)}$$

Les générateurs W_i^α, à différence de Φ_i^α, ne s'expriment pas à partir de quantités locales, bilinéaires dans les champs de quarks, mais sont des expressions non locales du fait de la présence des impulsions transverses des quarks dans (II.2.19). L'effet des impulsions transverses est mis en lumière dans des expressions où W_i^α sont écrits en termes d'opérateurs de créatio et d'annihilation qui manifestement annihilent le vide et de rotations de Wigner agissant sur les opérateurs $\Phi_i^{\frac{1}{2}\alpha}$.

La similitude formelle avec nos résultats est évidente: du fait

des rotations de Wigner, l'état à un quark d'hélicité donnée (appartenant à la représentation fondamentale de $SU(6)_{W,strong}$), s'écrit comme une superposition d'états de quarks d'hélicité opposées se classant dans la représentation fondamentale de $SU(6)_{W,currents}$.

Les éléments de matrice des charges d'écrivent en termes des états physiques se transformant irréductiblement par rapport à $SU(6)_{W,strong}$. Melosh obtient ainsi, pour les éléments de matrice axiaux,

$$\left|\frac{G_A}{G_V}\right| = \frac{5}{3}z, \quad |G^*| = \frac{4}{3}z, \quad \left(\frac{F}{D}\right)_{axial} = \frac{2}{3} \qquad \text{(II.2.20)}$$

où $z = \left(\left\langle\sqrt{1+\frac{p_\perp^2}{m^2}}\right\rangle\right)^{-1} < 1$, et, pour les moments magnétiques,

$$\mu_p^{tot}/\mu_n^{tot} = -3/2, \quad \mu^*/\mu_p^{tot} = 2\sqrt{2}/3 \qquad \text{(II.2.21)}$$

bien que sa déduction dans ce dernier cas soit sujette à controverse ([14]).

Dans une partie de son travail, à côté de la symmétrie $SU(6)_W$, Melosh envisage la possibilité d'une symmétrie SU(6) pour les hadrons au repos, engendrée par les opérateurs spin-moyen de Foldy-Wouthuysen $\vec{S}^{(M)}$, car ces opérateurs commutent avec H_{libre}. C'est justement cette symmétrie pour les hadron au repos que nos avons considérée tout en gardant une fonction d'onde spatiale décrivant la distribution d'impulsion des quarks. Cette symmétrie n'est pas collinéaire (ses générateurs ne commutent pas avec les boosts suivant une direction), et nous appliquons des boosts à $P_z = \infty$ pour déduire le contenu chiral de notre fonction d'onde.

Mais Melosh s'en tient, dans l'ensemble, à une symmétrie colinéaire; pour cette raison, dans (II.2.19), Y_{libre} ne contient que les impulsions transverses des quarks. Ceci correspond à l'esprit algébrique très répandu qui essaye d'appliquer des symmétries à des processus collinéaires comme les vertex hadroniques. Nous discuterons ce point dans II.2.f, ainsi que notre propre approche à l'étude des vertex.

Nous voyons donc que par certains côtés, le travail de Melosh se rapproche du nôtre et comporte des idées communes: ainsi, il souligne le rôle des impulsions transverses des quarks dans l'apparition du mélange de configuration $SU(3) \otimes SU(3)$ à $P_z = \infty$. Mais son point de vue fondamental et sa façon d'aborder le modèle des quarks sont diamétralement opposés aux nôtres.

Une phrase caractérise tout à fait son point de vue: " The actual framework of the theory derives from $SU(6)_{W,currents}$, whose operators are well determined. The reason that even we consider $SU(6)_{W,strong}$ as a separate entity is due to a dynamical accident: physical states do seem to lie in approximately degenerate $SU(6)_{W,strong}$ multiplets" ([15]).

Pour nous, il n'y a pas de raison pour privilégier $SU(6)_{W,currents}$ par rapport à $SU(6)_{W,strong}$. Le privilège accordé par beaucoup de théoriciens aux courants résulte du préjugé, nullement fondé, que seuls les courants ont un sens, parce-que seuls les courants seraient mésurables. Bien que nous pensions que les courants reflètent une réalité profonde, nous sommes absolument contre ce préjugé: la notion de ce qui est mésurable est relative (par exemple autrefois on opposait les grandeurs macroscopiques mésurables aux variables microscopiques qui auraient un caractère purement hypothétique et auxiliaire; maintenant on prétendrait fixer comme limite de ce qui est mesurable les courants d'une façon tout aussi arbitraire).

Or, il nous faut absolument pour aller plus loin accorder un sens aux quarks eux-mêmes, à leur mouvement individuel au sein des hadrons, aux processus d'intéraction forte comme les création et annihilations de paires quark-antiquark qui semblent responsables des formations et désintégrations des résonances, etc. Tous ces phénomènes sont susceptibles de mésure et le deviennent de plus en plus au fur et à mésure que la théorie se dévéloppe. $SU(6)$, qui semble caractériser assez bien les fonctions d'onde, et donc l'état de mouvement des quarks dans les hadrons, nous semble donc tout aussi important que $SU(6)_{W,currents}$. Le qualificatif d'"accident dynamique" n'est rien d'autre que l'expression du préjugé en question.

Il nous paraît également erroné de s'attacher exclusivement aux symmétries comme on le fait d'ordinaire, que cette symmétrie soit $SU(6)_{W,strong}$ ou $SU(6)_{W,currents}$. La réalité dont on s'occupe, ce sont les processus dont les symmétries ne peuvent réfléter que certains aspects, souvent les moins "dynamiques". D'ailleurs, au fur et à mésure de la compréhension de la constitution des particules et des processus auxquels elles donnent lieu, on a été amené à compliquer les symmétries (par exemple, pour les vertex d'intéraction forte on a dû abandonner $SU(6)_W$ et passer à "1-broken $SU(6)_W$",...).

De ce point de vue, la symmétrie chirale basée sur les courants électromagnétique et faible ne nous apparaît pas du tout plus simple ou plus élémentaire que la symmétrie SU(6). La construction du courant axial dans un modèle des quarks réaliste ([13]), qui va des formes élémentaires $\sum_i \sigma_i^3 \tau_i^{(+)}$ à l'introduction du mouvement relativiste des quarks $\bar{q}\gamma_\mu\gamma_5\tau^{(+)}q$, puis d'une structure encore plus complexe avec la dominance des mésons π et A_1 le montre clairement.

D'autre part, en faisant abstraction des fonctions d'onde des hadrons pour s'en tenir purement aux symmétries abstraites, Melosh et son courant de pensée se privent de puissants moyens d'interprétation. A la notion de spectres de excitation, si importante dans le modèle des quarks, se substitue la notion arbitraire et inintelligible de "cut-off" sur les impulsions.

Notons enfin que Melosh a introduit une dichotomie peu heureuse entre quarks "constituants" et quarks "courants", alors que nous voyons une différence entre deux <u>groupes</u> de symmétrie et non entre deux types de quarks.

L'insuffisance des considérations abstraites et formelles que Melosh met à l'origine de mélange $SU(3)\otimes SU(3)$ est mis en évidence par De Alwis et Stern ([4]). Ils notent que les charges définies sur le plan nul $z + t = 0$, obtenues par un boost à $P_3 \to \infty$ ([16]),

$$\lim_{\omega\to\infty} e^{i\omega B_3} Q_\mu^\alpha e^{-i\omega B_3} = \hat{Q}_\mu^\alpha = \int d^4x\, \delta(t+z)\, q^\dagger(x) \left(\frac{1+\alpha_3}{2}\right) \lambda^\alpha \hat{\Gamma}_\mu\, q(x) \qquad \text{(II.2.22)}$$

commutent avec H_{libre}, annihilent le vide et satisfont donc aux conditions posées par Melosh pour engendrer $SU(6)_{W,strong}$. D'après cela, il pourraît y avoir identité entre $SU(6)_{W,strong}$ et $SU(6)_{W,currents}$, contrairement à l'idée de Melosh. D'après De Alwis et Stern, cette identité ne serait maintenue qu'en présence d'une dégénérescence des masses a l'intérieur des multiplets de SU(6). Il faut remarquer que si l'on adopte cette symmétrie, on a les mêmes problèmes phénoménologiques que pour les charges définies à t = 0 (II.2.17). De Alwis et Stern relient le mélange de configuration $SU(3) \otimes SU(3)$ (et donc la "brisure" des relations (II.2.17)) à la brisure des masses à l'intérieur des multiplets de SU(6). Nous pensons avoir montré que le mélange chiral apparaît indépendamment de toute considération sur le spectre. Néanmoins, nous tirons de cette discussion que le mélange de configuration n'a pas son origine dans les considérations posées initialement par Melosh.

II.2.d. Deuxième transformation de Melosh. Considérations de divers auteurs sur la construction d'états covariants par le groupe de Poincaré.

C'est ce qu'a reconnu Melosh dans un second travail. Il maintient cependant qu'il n'y a pas identité entre $SU(6)_{W,\ strong}$ et $SU(6)_{W,currents}$. La raison fondamentale est que l'état lié dont les constituants sont en mouvement relativiste a un spin défini, comme c'est le cas évidemment pour notre fonction d'onde au repos.

Nous suivons, de préférence à l'exposé de Melosh ([5]), la construction particulièrement claire de Buccella, Savoy et Sorba ([6]), qui montrent que la deuxième transformation de Melosh n'est qu'un produit de rotations de Wigner.

Ils contruisent des états de quarks et d'antiquarks se transformant par les représentations fondamentales $\underline{6}$ et $\underline{\bar{6}}$ de $SU(6)_{W,currents}$ (engendré par les charges sur le plan nul $\hat{\mathcal{F}}_\mu^\alpha$). Pour que cette classification soit indépendante de l'impulsion il faut appliquer à des états au repos des "boosts" qui laissent invariant le plan

$t+z=0$. Alors un état libre $q\bar{q}$,

$$|p_1,\tfrac{1}{2},s_{13},\beta_1\rangle_q \otimes |p_2,\tfrac{1}{2},s_{23},\beta_2\rangle_{\bar{q}} \qquad \text{(II.2.23)}$$

(β_i désignent les nombres quantiques de SU(3)) se classe par rapport à $SU(6)_{W,currents}$ dans $\underline{6}\otimes\underline{6} = \underline{35}\oplus\underline{1}$. Mais, et là est le point crucial, cet état n'appartient pas à une représentation irréductible du groupe de Poincaré. Buccella et al. écrivent un état hadronique, un méson de masse M, spin j, projection j_z et impulsion P_μ comme une superposition de tels états qui appartienne à une représentation caractérisée par $P^2=M^2$, $W^2=M^2j(j+1)$,

$$|Pjj_3;LS;\beta_1\beta_2\rangle = \int \frac{d^3p_1}{2p_1^0}\frac{d^3p_2}{2p_2^0}\,\times$$

$$\sum \langle p_1\tfrac{1}{2}s_{13};p_2\tfrac{1}{2}s_{23}|Pjj_3;LS\rangle |p_1\tfrac{1}{2}s_{13}\beta_1\rangle\otimes|p_2\tfrac{1}{2}s_{23}\beta_2\rangle \qquad \text{(II.2.24)}$$

Le coefficient de Clebsch-Gordan du groupe de Poincaré ([18])

$$\langle p_1\tfrac{1}{2}s_{13};p_2\tfrac{1}{2}s_{23}|Pjj_3;LS\rangle \qquad \text{(II.2.25)}$$

contient des coefficients de recouplage L-S pour donner j; 1/2-1/2 pour donner le spin total des quarks S, et des rotations de Wigner. Ainsi, l'état (II.2.24) peut s'écrire,

$$|Pjj_3;LS;\beta_1\beta_2\rangle \sim \int d\hat{q}\, Y_L^{L_3}(\hat{q})\,\times$$

$$\times\sum_{s_{13}s_{23}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\ \frac{1}{2} & | & S \\ s_{13}\ s_{23} & | & s_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S & L & | & j \\ s_3 & L_3 & | & j_3 \end{pmatrix} |p_1(P)s_{13}\beta_1\rangle\otimes|p_2(P)s_{23}\beta_2\rangle \qquad \text{(II.2.26)}$$

Le couplage L-S de la classification des mésons apparaît naturellement. Dans (II.2.26), les états de quarks (d'impulsion relative $\hat{q}$) qui constituent le hadron ne sont plus des "quarks courants" (se classant dans $\underline{6}$ ou $\underline{\bar{6}}$ de $SU(6)_{W,currents}$), mais diffèrent de ceux-ci par une rotation de Wigner, qui donne lieu à un mélange de configuration

$$|p(P)s_3\beta\rangle_{q,\bar{q}} = \left\{\mathcal{D}^{1/2}\left[L^{-1}(p)L(p\leftarrow P)L(P)\right]\right\}_{s_3s_3'} |p\,s_3'\beta\rangle_{q,\bar{q}} \qquad \text{(II.2.27)}$$

Si les quarks ont des impulsions internes faibles par rapport à leur masse, la rotation de Wigner se réduit à l'unité et il n'y a pas de mélange. Buccella et al. concluent en effet "what cannot be neglected, however, is the relativistic character of the quark motion inside hadrons". Celui est bien le point crucial de notre approche. C'est ce que soulignent aussi Celeghini et Sorace [17] qui adoptent finalement un point de vue très proche du nôtre sur l'origine du mélange chiral.

II.2.e. Phénoménologie basée sur la transformation de Melosh.

i) Transitions pioniques.

Nous avons montré dans II.1 que la charge axiale effective entre des états non-mélangés, s'écrit

$$\Phi_5^\alpha = \mathcal{U}^+ \left(\sum_i \sigma_i^3 \lambda_i^\alpha\right) \mathcal{U} \qquad \text{(II.2.28)}$$

où $\mathcal{U} = \prod_i R_i$ est le produit des rotations de Wigner. Par rapport à l'algèbre chirale, cet opérateur se transforme comme

$$\{[(8,1)_{\Delta h=0}, L_z=0] - [(1,8)_{\Delta h=0}, L_z=0]\} \oplus$$
$$\oplus \{[(3,\bar{3})_{\Delta h=+1}, L_z=-1] - [(\bar{3},3)_{\Delta h=-1}, L_z=+1]\} \qquad \text{(II.2.29)}$$

Le second terme contient la contribution des impulsions transverses des quarks.

Les mêmes lois de transformation s'en suivent par rapport à $SU(3) \otimes SU(3)_{currents}$ pour l'opérateur $V^{-1} \Phi_5^\alpha V$ étudié par Melosh dans le cadre de la théorie des champs de quarks libres [3].

Si l'on considère $SU(6)_W$, de même, $V^{-1} \Phi_\mu^\alpha V$ se transforme, par rapport à $SU(6)_{W,currents}$, comme

$$\{\underline{35}; W=1, W_3=0, L_z=0\} \oplus \{\underline{35}; W=1, W_3=\mp 1, L_z=\pm 1\} \qquad \text{(II.2.30)}$$

Dans l'esprit des travaux de Gell-Mann, Melosh et un grand nombre d'autres auteurs ([3,22]) ont conjecturé ces mêmes lois de transformation pour le cas d'une théorie avec intéraction, décrivant le spectre hadronique réel. Ces auteurs ont étudié les transitions pioniques à partir de la formule donnée par PCAC,

$$\langle B\pi^\alpha | A\rangle \sim {}_h\langle B | \varphi_5^\alpha | A\rangle_h = {}_c\langle B | V^{-1}\varphi_5^\alpha V | A\rangle_c \qquad \text{(II.2.31)}$$

où les états hadroniques $|H\rangle_h$ et $|H\rangle_c$ se transforment irréductiblement par rapport à $SU(6)_{W,strong}$ et $SU(6)_{W,currents}$, respectivement.

Avant de discuter les conséquences phénoménologiques de la transformation de Melosh, décrivons le plus récent et complet de ces travaux concernant les baryons, celui de Hey, Lichtfield et Cashmore ([23]) (HLC). Il étudient les transitions

$$(\underline{70}, 1^-),\ (\underline{56}, 2^+) \longrightarrow (\underline{56}, 0^+) + \text{Mésons pseudoscalaires}$$

Leur méthode peut se résumer ainsi:

a) Ils partent de la classification des états $|H\rangle_c$ par rapport à $SU(6)_W \otimes O(3)$. Lorsque la classification est ambiguë, ils introduisent des mélanges <u>à l'intérieur du même supermultiplet</u> (c'est à dire, on néglige des mélanges entre $(\underline{56}, 2^+)$ et $(\underline{70}, 2^+)$, par exemple).

b) En plus de paramètres de mélange, il y a, <u>pour chaque supermultiplet</u>, deux paramètres libres, correspondant aux élément de matrice réduits des deux opérateurs indépendants (II.2.29). Ceci revient à laisser libres les ondes S et D (pour $(\underline{70}, 1^-)$) et P et F (pour $(\underline{56}, 2^+)$). Le modèle est ainsi équivalent au modèle "1-broken-$SU(6)_W$" de Faiman et Plane, et Petersen et Rosner ([24]), qui laisse libres ces paramètres.

c) Les rapports F/D pour les différents couplages $\underline{8} \to \underline{8} \otimes \underline{8}$ sont <u>fixés</u> par la symmétrie supérieure à SU(3) qu'est $SU(6)_W$.

d) PCAC impose des coefficients cinématiques bien définis pour la rélation (II.2.36), n'introduisant pas un effet de ba-

rrière centrifuge. HLC ont considéré aussi la possibilité de coefficients phénoménologiques du type barrière centrifuge $\sim (rp)^{\ell}$ pour l'onde partielle a_{ℓ}.

e) HLC ont calculé les transitions $N^{*} \to N\pi$ et on déduit de SU(3) les amplitudes d'émission de K et η. Ce procédé permet d'introduire des coefficients cinématiques appropriés pour ces transitions (m_K, $m_\eta >> 0$).

Des conclusions intéréssantes de leur analyse sont les suivantes:

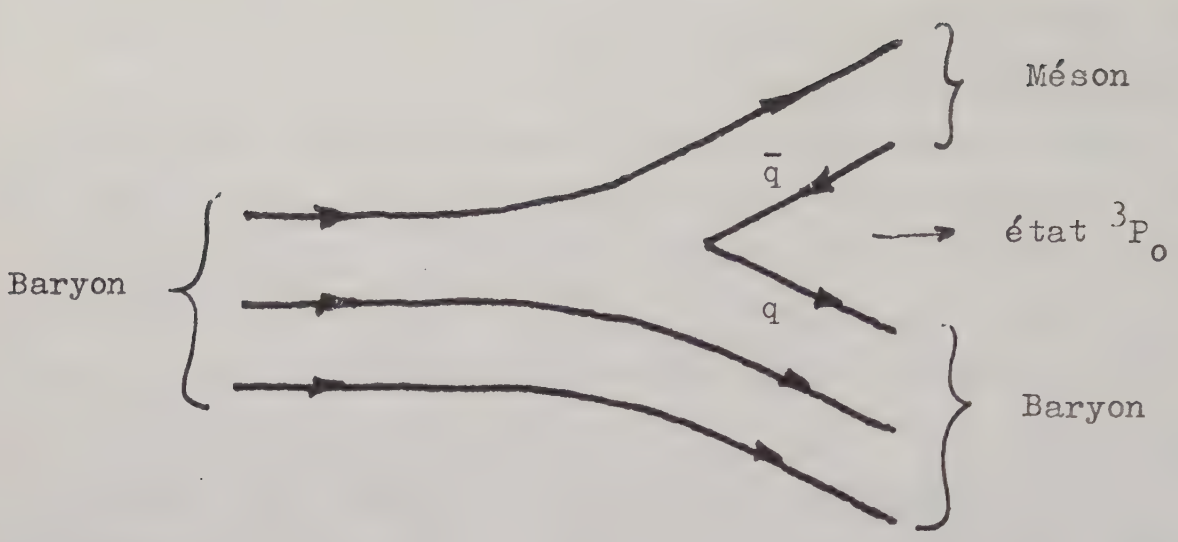
a) Les coefficients de barrière centrifuge sont nettement favorisés par rapport aux coefficients cinématiques découlant de PCAC.

b) Ils constatent phénoménologiquement que $P/F > 0$ pour $(\underline{56}, 2^{+})$, et $S/D < 0$ pour $(\underline{70}, 1^{-})$. Ceci veut dire que, de (II.2.35), les termes $\{\underline{35}, L_3 = 0\}$ et $\{\underline{35}, L_3 = \pm 1\}$ dominent dans le premier et deuxième cas, respectivement. Cependant, le premier signe s'appuie sur une seule transition bien établie, $F_{15} \to \Delta\pi$.

Par rapport à la phénoménologie basée sur la transformation de Melosh, nous voudrions faire les remarques suivantes:

a) Même si notre modèle exhibe aussi une loi de transformation (II.2.29) pour la charge axiale entre des états non-mélangés, ce qui est bien venu phénoménologiquement, il nous a paru prématuré d'étudier les transitions pioniques dans cette approche. PCAC est pour l'instant un concept assez étrager à notre cadre, parce-que nous n'avons pas introduit le rôle particulier que le pion a dans la symmétrie chirale spontanément brisée ($m_\pi \simeq 0$), oú la relation (II.2.31) a un sens. SU(6) nous dit, tout au contraire, $m_\pi = m_\rho$. Signalons que PCAC est un concept tout aussi hétérogène à la symmétrie chirale <u>algébrique</u> tirée de la théorie des champs de quarks libres (par opposition à la symmétrie chirale <u>spontanément brisée</u> de Nambu <u>et al.</u>([21])).

b) Nous préférons nous en tenir au modèle de création de paires ([25]). Il s'agit d'un modèle des vertex hadroniques formulé en termes de la création d'une paire $q\bar{q}$ dans l'état $^3P_0$, plus un réarrangement des quarks dans l'état final,



Dans le modèle, tous les hadrons sont composés; nous traitons ainsi en pied d'égalité les émissions de π ou de ρ , par exemple. Nous avons étudié extensivement les vertex d'intéraction forte dans le cadre de ce modèle.

c) Ce modèle des vertex conduit, dans la limite où l'on considère le pion comme élémentaire, à une intéraction effective de la forme

$$\vec{\sigma}_i \cdot (\vec{k}_\pi - \vec{k}_i)\,(\tau_i \cdot \tau) \qquad \text{(II.2.32)}$$

qui a les mêmes lois de transformation (II.2.29), dû à la présence de l'impulsion interne des quarks. Mais ici, le poids relatif entre les deux termes ($L_z = 0$, et $L_z = \pm 1$) est fixé. Il se trouve que le deuxième ($|\Delta h| = 1, L_z = \pm 1$) domine dans toutes les transitions étudiées.

d) Notre modèle prédit l'effet de barrière centrifuge, ce qui est en accord avec l'analyse phénoménologique dans la grande majorité des transitions.

e) Dans les processus $\pi N \to N^* \to \Delta\pi, N\rho \to \pi\pi N$, notre modèle prédit toutes les amplitudes à un paramètre près. En particulier, nous prédisons, contrairement à l'approche de la transformation de Melosh, les rapports S:D:P:F pour les transitions pioniques, ainsi que les rapports des amplitudes $N^* \to \Delta\pi$ et

$N^* \to N\rho$. La seule objetion sérieuse à notre modèle est le signe du rapport P/F tirée de la transition $F_{15} \to \Delta\pi$ (négatif dans notre approche, positif dans l'analyse phénoménologique).

ii) Transitions électromagnétiques.

Dans l'approche phénoménologique de la transformation de Melosh, les éléments de matrice de photoproduction s'écrivent, d'après l'invariance de jauge, en termes de l'opérateur dipolaire $D_\perp$,

$$F_\perp = q^{-1}{}_h \langle N_i^* P_i' \lambda' | D_\perp | N_i P_i \lambda \rangle_h \quad (q^+ = q_\perp = 0) \qquad \text{(II.2.33)}$$

défini par

$$D_\perp = \int d^4x\, \delta(x^+)\, x_\perp\, J^+(x) \qquad \text{(II.2.34)}$$

où $q^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(q^0 \pm q^3)$, $J^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(J^0 \pm J^3)$, $x^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(x^0 \pm x^3)$

Entre des états se transformant irréductiblement par rapport à $SU(6)_{W,currents}$, on a

$$F_\perp \sim \langle N_i^* P_i' \lambda' | V^{-1} D_\perp V | N_i P_i \lambda \rangle_c \qquad \text{(II.2.35)}$$

L'opérateur $V^{-1} D_\perp V$ se transforme, par rapport au même groupe, comme ([26]),

$$\begin{aligned} V^{-1} D_\perp V \sim\ & A \{\underline{35}; W=0, W_3=0; L_3=\pm 1\rangle + \\ & + B \{\underline{35}; W=1, W_3=\pm 1; L_3=0\} + \\ & + C \{\underline{35}; W=1, W_3=0; L_3=\pm 1\} + \\ & + D \{\underline{35}; W=1, W_3=\mp 1; L_3=\pm 2\} \end{aligned} \qquad \text{(II.2.36)}$$

Les termes A et B sont présents dans le modèle des quarks naïf et correspondent respectivement au terme convectif $(\vec{P}_i + \vec{P}_i') \cdot \vec{\varepsilon}$ et magnétique $i\, \vec{\sigma}_i \cdot (\vec{q} \wedge \vec{\varepsilon})$, puisque $\vec{\varepsilon}$ est transverse pour un photon réel. Notons que la règle de sélection de Moorhouse est res-

pectée même si les termes C et D sont présents, puisqu'elle ne dépend que de la classification de la résonance et de l'élément de matrice de la charge (cf. I.3.a).

Les prédictions du modèle des quarks naïf (classification définie des états et un rapport bien défini entre les termes A et B d'intéraction) pour les amplitudes $\gamma N \to N^* \to \pi N$ sont en bon accord avec les analyses en ondes partielles pour la plus grande partie des résonances ([27]). Il semble bien, tout de même, qu'un examen approfondi des écarts des amplitudes expérimentales par rapport au modèle naïf révèle la présence d'un terme du type C. Récemment, Moorhouse ([28]) a signalé que la prédiction du modèle naïf

$$A^p_{3/2}(D_{13}(1520)) = -A^n_{3/2}(D_{13}(1520)) \qquad (II.2.37)$$

(3/2 est l'hélicité totale du système γ-N) est en désaccord par un 20% avec l'expérience,

$$A^p_{3/2}(D_{13}) = +170, \quad A^n_{3/2}(D_{13}) = -128$$

La présence d'un terme C qui, dans notre langage est de la forme $Q_i^2(\vec{p}_i \wedge \vec{\varepsilon})_3$, modifie (II.2.37) dans le sens de l'expérience.

A notre avis, la présence du terme C pourrait être liée à deux effets physiques distincts. D'un côté, la contribution de termes d'ordre supérieur en $1/m_q$ dans le développement de Foldy-Wouthuysen de l'intéraction électromagnétique (comme le spin-orbite,...). Cet effet viendrait donc, comme le mélange chiral, du caractère relativiste du mouvement des quarks. Nous n'avons pas, pour l'instant, étudié cette catégorie d'effets en détail. D'autre part, la présence d'un tel terme pourrait être liée à la structure électromagnétique des quarks. Dans la partie de la thèse nous avons déjà suggéré que les quarks auraient une structure électromagnétique et nous avons introduit un facteur de forme dû à la dominance des mésons vecteurs. Nous avons aussi évoqué la possibilité de la présence d'un terme anomal $i\sigma_{\mu\nu}q^\nu$ dû à cette structure. Mais si la structure électromagnétique

des quarks est associé à la dominance d'états liés $q\bar{q}$ couplés au photon, la structure de spin d'émission par intéraction forte de ces mésons (dans notre modèle des vertex, par exemple) va se transmettre aux transitions radiatives. Le modèle de création de paires montre en effet un terme de type C. Dans la limite d'émission d'un ρ élémentaire, l'intéraction effective s'écrit ([25])

$$\left\{ (\vec{k}_\rho - \vec{k}_i)\cdot\vec{\varepsilon}_\rho + i\,\vec{\sigma}_i\cdot[(\vec{k}_\rho - \vec{k}_i)\wedge\vec{\varepsilon}_\rho] \right\}(\tau_i\cdot\underset{\sim}{\rho}) \qquad \text{(II.2.38)}$$

Dans le cas d'un photon réel, ceci se réduit à une intéraction de la forme

$$-\vec{k}_i\cdot\vec{\varepsilon}_{\gamma\perp} + i\,\vec{k}_\gamma\cdot(\vec{\sigma}_i\wedge\vec{\varepsilon}_{\gamma\perp})_z - i\,\sigma_i^z(\vec{k}_i\wedge\vec{\varepsilon}_{\gamma\perp})_z \qquad \text{(II.2.39)}$$

Les trois termes sont respectivement du type A, B et C. Dans un modèle ^3P_o proche du notre, Petersen ([29]) a montré que, en effet la présence de ce terme C modifie la rélation (II.2.37),

$$A^n_{3/2}(D_{13}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}\,A^p_{3/2}(D_{13}) \qquad \text{(II.2.40)}$$

en meilleur accord avec l'expérience.

II.2.f. Le modèle des quarks relativiste de Kellett.

Pour estimer des corrections relativistes à SU(6) statique, Kellett ([7]) a proposé un modèle simple pour la fonction d'onde des baryons qui est essentiellement celui que nous considérons. La fonction d'onde est une solution approchée à l'équation de Bethe-Salpeter à trois particules avec une intéraction instantanée. Kellett suppose, généralisant la méthode de Brodsky et Primack ([19]) pour le cas de deux corps en liaison faible, que la fonction d'onde a la forme d'un produit de spineurs de Dirac libres. L'équation qui en résulte pour la partie spatiale est résolue dans le repère au repos pour le cas d'un potentiel harmonique. La fonc

tion d'onde générale est obtenue par application de boosts à cette fonction d'onde au repos.

Kellett étudie les couplages faible et électromagnétique au niveau des baryons induits par des couplages élémentaires pour les quarks,

électromagnétique,

$$\bar{\psi}_q(p')\left(\gamma_\mu + i\frac{\varkappa_q}{2m_q}\sigma_{\mu\nu}q^\nu\right)\psi_q(p) \qquad \text{(II.2.41)}$$

faible,

$$\bar{\psi}_q(p')\left[\gamma_\mu + i\frac{\varkappa_q}{2m_q}\sigma_{\mu\nu}q^\nu\gamma_\mu\gamma_5\right]\frac{\lambda^a}{2}\psi_q(p) \qquad \text{(II.2.42)}$$

Le rayon de la fonction d'onde spatiale est fixée par la pente de Regge. Il y a donc un seul paramètre libre, la masse du quark, que l'on prend m_q=300 MeV. On obtient alors $G_A/G_V = 1.265$.

Nous avons étudié les couplages axiaux et le contenu chiral des baryons qui résulte du mouvement relativiste interne. Le travail de Kellett est un peu complémentaire du notre puisqu'il s'intéresse non seulement aux corrections relativistes aux couplages axiaux, mais aussi aux couplages qui supposent un moment de transfer $\vec{q}$ non nul, les moments magnétiques μ_N^{tr}, μ^*, ainsi que les couplages faibles pseudoscalaire induit $g_p q_\mu \gamma_5$ et de deuxième classe scalaire $g_S q_\mu$ et pseudotenseur $g_T i\sigma_{\mu\nu}\gamma_5 q^\nu$. Ces couplages sont associés aux boosts externes, puisque $q_\mu \neq 0$ (Kellett considère les masses physiques pour les hadrons initial et final, $m_f \neq m_i$). Certaines de ses conclusions sont contenues dans notre travail sur la neutrino-production ([13]) et dans un calcul des moments magnétiques que nous avons réalisé indépendamment([20]).

Nous avons noté dans ([13]) que les corrections relativistes au moment magnétique normal $\mu_q \simeq 3/2m_N$ rendent nécessaire l'introduction d'un moment magnétique anomal- au niveaux des quarks. C'est la raison pour laquelle Kellett est également obligé d'in-

troduire un couplage χ_q dans (II.2.41) qu'il ajuste par la valeur de μ_p^{tot}. Cependant, χ_q est considéré comme un simple paramètre et il n'y a pas de justification théorique (par la dominance vectorielle, par exemple) de sa valeur.

Une difficulté du modèle, remarquée indépendamment par nous-mêmes ([20]) est celle des corrections relativistes aux relations de SU(6) $\mu_p^{tot}/\mu_n^{tot} = -3/2$, $\mu^+/\mu_p^{tot} = 2\sqrt{2}/3$. Dans les deux cas, le signe de la correction (+1.6% et -12 %, respectivement) est contraire à l'expérience (-2.7% et +30%).

Le couplage pseudoscalaire induit au niveau de l'état lié $g_p(0) = +8.46$ est très faible et de signe opposé à la valeur attendue par PCAC,

$$g_p(q^2) = -\frac{2m_p C_\pi G_{\pi NN}}{m_\pi^2 - q^2} \qquad \text{(II.2.43)}$$

($C_\pi \simeq \sqrt{2}\, m_\pi$), $g_p(0) = -248$. Kellett conclut que le couplage élémentaire (II.2.42) est trop simple et qu'il faut ajouter un terme de la forme (II.2.43) contenant le pôle du π. Cette conclusion n'a rien d'étonnant puisque des simples corrections cinématiques ne peuvent introduire le rôle privilégié du π dans la symmmétrie chirale, qui donne une grande valeur pour $g_p(0)$ (infinie, dans la limite $m_\pi \to 0$ ([21])). Dans notre travail sur la neutrino-production nous avons aussi introduit un terme contenant le pôle du pion au niveau du courant élémentaire ([13]).

Kellett obtient des couplages faibles <u>de deuxième classe</u> g_S et g_T. Ce mélange de G-parités provient des boosts externes associés au transfer q_μ et des différences de masse entre les états initial et final. Les valeurs obtenues pour $g_S(0)$ et $g_T(0)$ sont compatibles avec les imprécises et rares données expérimentales.

II.3.- Problèmes ouverts dans notre approche.

Nous avons établi un lien entre le modèle des quarks naïf (ou la classification des états par SU(6)) et la symmétrie chirale. Mais beaucoup de questions se posent sur cette relation. Nous allons énumérer quelques points qui sont d'ailleurs relatés entre eux.

II.3.a. La symmétrie chirale spontanément brisée et le modèle des quarks.

Sur un plan théorique nous sommes toujours confrontés à cette contradiction entre la symmétrie SU(6), qui classe avec succès les états hadroniques (dans la limite de la symmétrie exacte on a $m_\pi = m_\rho$), et la symmétrie chirale spontanément brisée de Nambu et al.([21]), réalisée par l'existance de mésons pseudoscalaires de masse nulle ($m_\pi = 0$) et par la possibilité qui s'ensuit de formuler des théorèmes de basse énergie pour l'émission de tels quanta. La nature semble être à mis-chemin entre les deux approches. Les hadrons se classent bien dans des supermultiplets de SU(6) (en particulier les mésons 0^- et 1^- dans les représentations $\underline{6} \times \bar{\underline{6}} = \underline{35} + \underline{1}$) et certains aspects de la physique du méson π (désintégrations $\pi \to \mu\nu$ et $\pi^0 \to e\gamma$, vertex pioniques, mélange chiral $\pi - A_1(0)$,...) sont correctement décrits -moyennant des hypothèses- par la fonction d'onde du π dans le modèle des quarks.

D'autre part, SU(6) est très brisé ($m_\pi \ll m_\rho$), et la technique des pions mous a conduit à des succès importants dans des processus où le π est dans des conditions cinématiques appropriées (longeurs de diffusion, etc.).

Nous sommes conscients que la symmétrie chirale spontanément brisée est un phénomène charactéristique d'un système à un nombre infini de dégrés de liberté, et que notre approche naïve ne peut pour l'instant en rendre compte. Dans le cadre du modèl

des quarks, il nous semble naturel de comprendre cette symmétrie à la lumière des premiers travaux de Nambu et Jona-Lasinio ([21]), où l'on part d'un lagrangien invariant chiral formulé entièrement en termes de champs de fermions, que l'on peut interpréter comme les quarks. La brisure spontanée de la symmétrie (non-invariance du vide) engendre la masse des quarks et des états liés $q\bar{q}$, les mésons pseudoscalaires de masse nulle. La conservation du courant axial est assuré par la présence du terme pseudoscalaire induit, qui a un pôle à $q^2 = 0$ ([30]).

II.3.b. Les brisures du spectre de SU(6).

Plusieurs auteurs ont déterminé les angles de mélange chiral pour les mésons et les baryons à partir des lois de commutation de l'algèbre chirale et des propriétés de transformation de l'opérateur de masse

$$m^2 = m_0^2 + m_4^2 \qquad \text{(II.3.1)}$$

par rapport à cette algèbre (m_0^2 est invariant, m_4^2 est la quatrième composante d'un quadrivecteur chiral, comme le σ dans ($\vec{\pi}, \sigma$)) ([31]). Les paramètres de mélange, purement phénoménologiques, sont calculés à partir des données expérimentales sur les éléments de matrice axiaux $|A(\alpha \to \beta + \pi)|^2$ et des masses physiques (par simple application de théorème de Wigner-Eckart à la rélation (II.3.1)). Le point intéréssant est que nos prédictions des angles de mélange (pour les baryons, et les mésons: $\pi - A_1(0)$, $\rho(\pm 1) - B(\pm 1)$, ...) sont en accord avec ces déterminations indépendantes. Nos fonctions d'onde à $P_z = \infty$, plus la loi (II.3.1) sembleraient nous conduire aux masses physiques, brisant les dégénérescences prévues par SU(6).

La loi de transformation (II.3.1) découle, dans le cadre des lagrangiens phénoménologiques, d'une contrainte de forte décroissance avec l'énergie des échanges exotiques $I_t = 2$. De tels échanges sont automatiquement interdits dans le modèle des quarks.

Tout ceci, sans être bien précis, nous suggère que la compréhension de la symmétrie chirale au niveaux des quarks pourrait nous expliquer les brisures du spectre de masse des hadrons au sein des supermultiplets de SU(6).

II.3.c. Les vertex pioniques.

Nous avons déjà évoqué la relation formelle (mêmes lois de transformation) entre l'opérateur effectif pour l'émission d'un méson π , $\alpha \to \beta + \pi$, dans le modèle de création de paires (II.2.37) et la charge axiale entre des états non mélangés à $P_z = 0$ (II.2.33). Si l'on adopte PCAC dans le deuxième cas, nous avons deux modèles pour les vertex pioniques, formulés dans des repères différents ($\vec{P}_\alpha = 0$, ou $P_{\alpha z} = P_{\beta z} = \infty$). Nous nous proposons actuellement d'étudier plus concrètement les rapports entre les deux approches, ainsi qu'avec les résultats plus anciens de l'algèbre des courants pour l'émission de pions mous ou de pions durs.

Références et notes.

(1) R. Dashen et M. Gell-Mann, Third Coral Gables Conference on Symmetry Principles at High Energies, Miami, 1966 (Freeman, 1966) p. 168 (cf. aussi refs. (8) de II.1).
(2) R.H. Dalitz, Les Houches Lectures 1965 (Gordon and Breach, New York, 1965); O.W. Greenberg, Phys. Rev. Letters 13, 598 (1964) D. Faiman et A.W. Hendry, Phys. Rev. 173, 1720 (1968); 180, 1609 (1969); R.H. Dalitz, Excited Nucleons and Baryonic Supermultiplets in Pion-Nucleon Scattering (G.L. Shaw et D.Y.Wong, Wiley (1969)); R.H. Dalitz, Meeting on Low Energy Hadron Physics, Nov. 1973, Smolenice, Czechoslovakia; J.L. Rosner, "The classification and decays of resonant particles", Phys. Reports C 11, 189 (1974).
(3) H.J. Melosh, CALTECH Ph D Thesis (1973).
(4) S.P. De Alwis et J. Stern, Nucl. Phys. B 77, 509 (1974).
(5) H.J. Melosh, Phys. Rev. D 9, 1095 (1974).
(6) F. Buccella, C.A. Savoy et P. Sorba, preprint 546 Istituto di Fisica, Université de Rome.
(7) B.H. Kellett, Phys. Rev. D 10, 2269 (1974).
(8) G. Morpurgo, Physics 2, 95 (1965).
(9) F. Buccella, M. De Maria et M. Lusignoli, Nucl. Phys. B 6, 430 (1968).
(10) I. Gershtein et B.W. Lee, Phys. Rev.144, 1142 (1966).
(11) Voir, par exemple, J. Kokkedee, The Quark Model (Benjamin, 1968).
(12) J.S. Bell (Schladming Lecture Notes, 1974; preprint TH 1851-CERN) a remarqué que des paradoxes apparaîssent dans le calcul des moments magnétiques dès que l'on veut étendre la symmétrie de Foldy-Wouthuysen à des états liés dont le centre de masse est en mouvement rapide.
(13) P. Andreadis et al. ref. (2) de la partie I.
(14) Cf. refs. (4) et (12).
(15) Cf. ref. (3), p. 17.
(16) Voir, par exemple, ref. (12).
(17) E. Celeghini et E. Sorace, preprint Univ. Florence TH 74/2, à paraître dans Phys. Letters.

E. Celeghini, preprint Univ. Florence TH-74/A1 (1974).
([18]) Voir, par exemple, P. Moussa et R. Stora, 1966 Herceg-Novi International School, Vol. II, p. 265 (Gordon and Breach, 1968).
([19]) S. Brodsky et J. Primack, Annals of Phys. 52, 315 (1969).
([20]) A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène et J.C. Raynal, non publié.
([21]) Y. Nambu et G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122, 345 (1961); 124, 246 (1961); Y. Nambu et D. Lurié, Phys. Rev. 125, 1429 (1962); Y. Nambu, Phys. Rev. Letters 4, 380 (1960); M. Gell-Mann et M. Lévy, Nuovo Cimento 16, 705 (1960).
([22]) F.J. Gilman, M. Kugler et S. Meshkov, Phys. Rev. D 9, 715 (1974); J. Weyers, Cours à Louvain, TH-1743 CERN (1973); A.J.G. Hey, J.L. Rosner et J. Weyers, Nucl. Phys. B 61, 205 (1973).
([23]) A.J.G. Hey, P.J. Lichtfield et R.J. Cashmore, preprint TH-1886 CERN (1974), à paraître dans Nucl. Phys. B.
([24]) D. Faiman et D.E. Plane, Nucl. Phys. B 50, 379 (1972); W.P. Petersen et J. Rosner, Phys. Rev. D 6, 820 (1973).
([25]) A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène et J.C. Raynal, Phys. Rev. D 8, 2223 (1973); D 9, 1415 (1974); preprint LPTHE 74/14, à paraître dans Phys. Rev. D (1975); O. Pène, Thèse d'Etat (Orsay, 1974).
([26]) A.J.G. Hey et J.Weyers, Phys. Letters 48B, 69 (1974); F.J. Gilman et I. Karliner, Phys. Letters 46B, 426 (1973).
([27]) Une analyse récente est celle de la ref. ([14]), partie I.
([28]) R.G. Moorhouse, "^3P_o model", Session parallèle, Conférence de Londres sur les Particules Elementaires, 1974.
([29]) W. Petersen, Daresbury preprint DL/P 201 (1974).
([30]) R. Carlitz et W. Tung (Phys. Letters 53B, 356 (1974)) ont montré le phénomène du mélange de configuration chiral dans le modèle σ, qui est une théorie avec intéraction où le π est un boson de Golstone, mais les hadrons ne sont pas composés de quarks.
([31]) F. Gilman et H. Harari, Phys. Rev. 165, 1803 (1968); S. Weinberg, Phys. Rev. 177, 2604 (1969); F. Buccella, C. Savoy et E. Celeghini, Nuovo Cimento 7A, 281 (1972).

PARTIE III.- CONSEQUENCES DU MELANGE DE CONFIGURATION CHIRAL POUR LES EFFETS DE SPIN DANS L'ELECTROPRODUCTION TRES INELASTIQUE

Le mélange de configuration chiral à $P_z = \infty$,dont nous avons montré qu'il est une conséquence directe et simple du mouvement interne des quarks, exprime l'alignement relatif entre l'hélicité du nucléon et les hélicités des quarks. Puisque le modèle des quarks partons pour l'électroproduction très inélastique doit être formulé dans un repère oú le nucléon a une grande impulsion, il est naturel d'adopter notre fonction d'onde à $P_z = \infty$ pour estimer les effets de spin (asymmétries) dans l'électroproduction très inélastique avec cible et projectile polarisés. D'autre part, nous montrons que, à $P_z = \infty$, la contraction de Lorentz de la fonction d'onde d'espace implique automatiquement le "scaling", ou dépendance dans la fraction x d'impulsion longitudinale. Ces simples applications des rotations de Wigner et de la contraction de Lorentz sont l'objet du paragraphe III.1. Nous arrivons à exprimer les asymmétries pour les cibles proton et neutron en termes des couplages axiaux F et D de l'octet $1/2^+$. Nous discutons aussi les limites du modèle (nous ne considérons que la partie de "valence", négligéant les contributions des paires $q\bar{q}$ et des gluons).

Dans le paragraphe III.2 nous étudions des travaux récents sur ce sujet qui, suivant des démarches différentes (modèle des partons, modèle basé sur la transformation de Melosh, algèbre des courants) ont abouti à des résultats similaires aux notres.

Finalement, dans le paragraphe III.3, évoquant les limitations de notre modèle simple, nous discutons les perspectives pour notre approche dans l'étude de certains aspects de l'électroproduction très inélastique, en particulier le problème de la dépendance en x du rapport F_2^{en}/F_2^{ep}, et des asymmétries.

Paragraphe III.1.

PHYSICAL REVIEW D VOLUME 11, NUMBER 3 1 FEBRUARY 1975

Chiral configuration mixing and deep-inelastic scattering of polarized leptons by polarized nucleons*

A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène, and J. C. Raynal

Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Energies, Orsay, France†

(Received 29 April 1974)

In the quark model, a large SU(3)⊗SU(3) configuration mixing appears at $P_z = \infty$ as a relativistic effect due to the high internal velocities for quarks inside hadrons. This mixing describes the relative alignment between the nucleon helicity and the helicities of the quarks. Since the quark-parton model is understood in a frame where the nucleon has a large momentum, we propose to take into account this large mixing in the calculation of the spin-dependent effects in deep-inelastic scattering of a polarized lepton (electron or muon) by a polarized nucleon. The scaling of the spatial wave function is ensured by the Lorentz contraction. Unlike a previous quark-parton model calculation by Gourdin, we take into account the configuration mixing in the estimation of the singlet contribution to the asymmetries. We express our results in terms of the SU(3)⊗SU(3) mixing parameters. Assuming that the nucleon is a superposition of irreducible SU(3)⊗SU(3) representations allowed by the quark model, we can express the singlet contribution in terms of the F, D couplings of the low-lying octet axial-vector matrix elements. The neutron asymmetry appears to be proportional to the deviation of F/D from the SU(6) value 2/3. As expected, the Bjorken sum rule for the difference between the proton and neutron asymmetries is satisfied. In our specific model, where the spin part of the wave function at rest is expressed in terms of free Dirac spinors, we have $F/D = 2/3$, so that we predict a large positive proton asymmetry and a null asymmetry for the neutron, $A^p = \frac{1}{3}|G_A/G_V|$, $A^n = 0$.

III.1.a. INTRODUCTION

Electron or muon polarized beams together with polarized targets will be available in the foreseeable future. Therefore, it may be interesting to investigate the predictions of the quark model for the structure functions $g(q^2, \nu)$, $d(q^2, \nu)$, and the resulting asymmetries in deep-inelastic scattering of a polarized lepton by a polarized nucleon.

In the frame of the quark-parton model, various authors[1-3] have investigated the scaling properties of the structure functions and have deduced sum rules previously obtained from current algebra by Bjorken.[4] In these papers the absolute value of the structure functions and asymmetries is computed by assuming the nucleon as composite of three quarks in the usual ($\underline{56}$, $L = 0^+$) representation of SU(6). In this way, they obtain a null asymmetry for the neutron and a large, positive asymmetry for the proton, proportional to the SU(6) value of the nucleon axial-vector coupling, $|G_A/G_V| = \frac{5}{3}$. Gourdin[2] has made also a more complete quark-parton model calculation, relating the octet contribution to the asymmetries to the low-lying octet axial-vector matrix elements. His calculation satisfies the Bjorken sum rule and, in this way, he takes into account phenomenologically the
hiral configuration mixing for the octet part. As we will show, however, this estimation is not fully consistent since he does not take into account the
chiral configuration mixing in the calculation of the singlet contribution.

The quark-parton model is formulated in a frame in which the nucleon has a very large momentum, for instance, the center-of-mass frame of the reaction $e^-p \to e^-X$.[5] It is assumed that, in such a frame, the electromagnetic current interacts with the quarks as if they were pointlike. The structure functions can then be written in terms of the point-like elastic quark structure functions and the nucleon wave functions at large momentum. Since the interaction is pointlike, the quark structure functions present trivially the scaling property. We will show that the nucleon wave function at $P_z = \infty$ also presents this feature. We will see that, by boosting the hadron wave function at rest to a frame in which it has a momentum $P_z = \infty$, the Lorentz contraction of the wave function ensures that it depends only on the transverse momenta and on fractions of the longitudinal total momentum, i.e., it presents the scaling. This point has been emphasized by Feynman using intuitive arguments.[6]

The structure functions and asymmetries which are involved in scattering of polarized beams by polarized targets will be determined by the spin structure of the nucleon wave function at $P_z = \infty$. As has been emphasized by current algebraists, the nucleon wave function at $P_z = \infty$ does not belong to a pure representation ($\underline{56}$, $L = 0^+$) of SU(6) [or, for a definite helicity $h = +\frac{1}{2}$, to the representation

(6,3) of SU(3)⊗SU(3)], but it has a more complicated structure in terms of a linear combination of SU(3)⊗SU(3) irreducible representations. This phenomenon has been called configuration mixing.[7] The configuration mixing lowers the static SU(6) value $|G_A/G_V| = \frac{5}{3}$ in the direction suggested by experiment.

We have shown elsewhere[8] that such a complicated structure at $P_z = \infty$ comes from the simple hypothesis that, even in the hadron center-of-mass frame, quarks are endowed with highly relativistic velocities. This hypothesis is suggested by the harmonic oscillator quark model and the mean level spacing of the hadron spectrum. More precisely, we have assumed that the hadrons can be described by weakly bound states of quarks of effective mass $m_q \simeq \frac{1}{3}M_N$ animated by a relativistic motion. Consequently, we have proposed to replace, in the ($\underline{56}$, $L = 0^+$) wave function, Pauli spinors by free Dirac spinors. By boosting at $P_z = \infty$, the Wigner rotations of quark spins provide the complicated structure in terms of SU(3)⊗SU(3) representations. Moreover, we have obtained a semiquantitative agreement with a phenomenological determination of the mixing parameters by Buccella, De Maria, and Lusignoli.[9] For the nucleon of helicity $+\frac{1}{2}$, the dominant representations are found to be $|(6,3)_8, L_z = 0\rangle$, $|(3,\bar{3})_8, L_z = +1\rangle$, and $|(8,1), L_z = -1\rangle$.

Independently, and following an algebraic approach based on the free-quark current algebra, Melosh[10] has also established the general connection between the configuration mixing and the Wigner rotations of quark spins and its consequences for axial-vector matrix elements, as already suggested in earlier papers of Gell-Mann.[11]

Since we are confident in the spin structure of the nucleon wave function which we have proposed, we think it interesting to predict its consequences for the structure functions and asymmetries for deep-inelastic scattering of a polarized lepton by a polarized nucleon. We will express the predictions in terms of the mixing parameters.

The plan of this paper is as follows. In Sec. II we recall the nucleon wave function at rest, and we show how the Lorentz contraction ensures the scaling as we boost it to $P_z = \infty$. In Sec. III we pay attention to the spin structure of the wave function, and we show how configuration mixing appears as a consequence of the Wigner rotations of quark spins. In Sec. IV we calculate the structure functions and the asymmetries assuming the nucleon to be composed simply of three valence quarks. Section V is devoted to the comparison of the model with previous works.

III.1.b. LORENTZ CONTRACTION AND SCALING

On the basis of the harmonic oscillator quark model of hadrons,[12] we adopt the following SU(6) spatial wave function for the nucleon *at rest* (in configuration space):

$$\hat{\psi}_{\vec{P}=0}(\{\vec{r}_i, t_i\}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi'\phi' + \chi''\phi'')\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \times \exp\left(-iM_N\tfrac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} t_i\right)\psi_{\vec{P}=0}(\{\vec{r}_i\}). \tag{2.1}$$

In (2.1), χ' and χ'', and ϕ' and ϕ'' are, respectively, spin and isospin wave functions[13] in such a way that the whole wave function is fully symmetric, corresponding to the ($\underline{56}$, $L = 0^+$) supermultiplet. We will come again to the spin structure of this wave function in Sec. III. $\psi_{\vec{P}=0}(\{\vec{r}_i\})$ is the spatial internal wave function for the nucleon at rest, which we assume to be independent of the internal relative time,

$$\psi_{\vec{P}=0}(\{\vec{r}_i\}) = N_0 \exp\left[-\frac{\sum_{i<j}(\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2}{6R^2}\right]. \tag{2.2}$$

We assume that the time dependence of the wave function *at rest* comes only from the over-all factor

$$\exp(-iM_N T), \quad T = \tfrac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} t_i, \tag{2.3}$$

M_N being the nucleon mass.

In the quark-parton model, the nucleon structure functions are calculated by adding the structure functions for each constituent (incoherent scattering), which depend on $\delta(x - x_i)$, since it is assumed to be pointlike, and by taking the mean value of this sum over the nucleon wave functions at $P_z = \infty$. x_i is the fraction of the longitudinal momentum $P \simeq |P_z| = \infty$ carried by the interacting quark.

Let us now see that if we build up the nucleon wave function at $P_z = \infty$ by applying a pure Lorentz transformation to the nucleon wave function at rest (2.1), the wave function in momentum space depends on longitudinal variables only through the fractions x_i of longitudinal momentum.

The wave function at large momentum has the form

$$\hat{\psi}_{P_z=\infty}(\{\vec{r}_i, t_i\}) = N\prod_{i=1}^{3} S_i(\vec{\beta})\frac{1}{\sqrt{2}}(\chi'\phi' + \chi''\phi'')\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\exp\left[-i\frac{M_N}{3}\sum_{i=1}^{3}\frac{(t_i - \beta r_{iz})}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right]\psi_{\vec{P}=0}\left(\left\{\frac{r_{iz} - \beta t_i}{(1-\beta^2)^{1/2}}, \vec{r}_{i\perp}\right\}\right), \tag{2.4}$$

where $\vec{\beta}$ is the nucleon center-of-mass velocity, and $S_i(\vec{\beta})$ are boost matrices which act on quark spinors. We will discuss the effect of these boost matrices on quark spins in the following section.

Now, to take the mean value of an operator we integrate over a surface $t_i = \text{const} = T$. Since $\psi_{\vec{P}=0}$ depends only on the relative coordinates, we get, for $t_i = T$,

$$\psi_{P_z=\infty}(\{\vec{r}_i, t_i = T\}) = N \prod_{i=1}^{3} S_i(\vec{\beta}) \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi'\phi' + \chi''\phi'') \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(-iET) \exp(i\vec{P}\cdot\vec{R}) \psi_{\vec{P}=0}\left(\left\{\frac{r_{iz}}{(1-\beta^2)^{1/2}}, \vec{r}_{i\perp}\right\}\right). \tag{2.5}$$

In (2.5), $\vec{R} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\vec{r}_i$ and T are the center-of-mass position and time, and $\vec{P}$ and E are the center-of-mass momentum and energy of the nucleon. N is a normalization constant fixed by the condition that the charge of the bound state is the same independently of the state of motion.

Now, performing a Fourier transform of the Lorentz-contracted internal wave function

$$\psi_{\vec{P}=0}\left(\left\{\frac{r_{iz}}{(1-\beta^2)^{1/2}}, \vec{r}_{i\perp}\right\}\right) \tag{2.6}$$

we get, in momentum space (since the internal wave function depends only on relative momenta),

$$\tilde{\psi}_{\vec{P}=0}(\{p_{iz}(1-\beta^2)^{1/2}, \vec{p}_{i\perp}\}), \tag{2.7}$$

where $\{\vec{p}_i\}$ are the momenta of the quarks in the infinite-momentum frame ($\sum_{i=1}^{3}\vec{p}_i = \vec{P}$). Now, since $P_z \to \infty$, we can write

$$(1-\beta^2)^{1/2} = \left(1 - \frac{P^2}{E^2}\right)^{1/2} = \frac{M_N}{E} \simeq \frac{M_N}{P}. \tag{2.8}$$

We see that the internal wave function (2.7) depends only on the transverse momenta $\vec{p}_{i\perp}$ and on fractions $x_i = p_{iz}/P$ of the longitudinal momentum[14]

$$\tilde{\psi}_{\vec{P}=0}\left(\left\{p_{iz}\frac{M}{P}, \vec{p}_{i\perp}\right\}\right) = \tilde{\psi}_{\vec{P}=0}(\{M_N x_i, \vec{p}_{i\perp}\}). \tag{2.9}$$

$\tilde{\psi}(\{\vec{p}_i\})$ being the Fourier transform of the internal spatial wave function in configuration space $\psi(\{\vec{r}_i\})$, it is normalized according to

$$\int |\tilde{\psi}(\{x_i, \vec{p}_{i\perp}\})|^2 \prod_{i=1}^{3} d\vec{p}_{i\perp}\, dx_i\, \delta(1 - \textstyle\sum_{i=1}^{3} x_i) = 1. \tag{2.10}$$

Let us now discuss the effect of the Lorentz boosts on the quark spins.

III.1.c. WIGNER ROTATIONS OF QUARK SPINS AND CONFIGURATION MIXING

In this section we will describe the spin structure of the nucleon wave function at $P_z = \infty$ which is involved in the determination of the asymmetries which occur with polarized targets.

If the nucleon is assigned to the usual representation ($\underline{56}, L = 0^+$) of SU(6), this means that, for instance, the nucleon of helicity $+\frac{1}{2}$ belongs to the representation $(6, 3)_s$ of SU(3)⊗SU(3), i.e., two quarks have the helicity aligned to the nucleon helicity, and one quark has the opposite helicity. As emphasized by many authors on phenomenological grounds, the nucleon wave function is in fact a superposition of various SU(3)⊗SU(3) irreducible representations (configuration mixing),[7,9]

$$|N, h = +\tfrac{1}{2}\rangle = \alpha|(6,3)_s, L_z = 0\rangle + \alpha'|(3,6)_s, L_z = +1\rangle + \beta|(3,\bar{3})_s, L_z = +1\rangle + \beta'|(\bar{3},3)_s, L_z = 0\rangle + \gamma|(8,1), L_z = -1\rangle + \gamma'|(1,8), L_z = +2\rangle,$$

$$\alpha^2 + \alpha'^2 + \beta^2 + \beta'^2 + \gamma^2 + \gamma'^2 = 1. \tag{3.1}$$

If configuration mixing is sizable, it will have consequences for the asymmetries, because the various representations in (3.1) indicate the relative alignment between the nucleon and quark helicities. For instance, if $(3,\bar{3})_s$ is present, it means that there is a definite probability of having two quarks with opposite helicity to the nucleon helicity and one quark with the same helicity as the nucleon. Of course, there is an orbital angular momentum between quarks which ensures a resulting helicity $+\frac{1}{2}$ for the nucleon.

Configuration mixing is indeed important. Buccella, De Maria, and Lusignoli have written sum rules which relate the mixing parameters to the baryon–baryon–pseudoscalar-meson coupling constants.[9] We reproduce in Table I the results of their phenomenological analysis.

In Ref. 8 we have given a simple interpretation of this configuration mixing at $P_z = \infty$ as a direct effect of the presence of relativistic quark velocities inside hadrons. A number of features of the hadron spectrum lead in a natural way to the as-

sumption that the quarks inside hadrons are animated by a relativistic motion, even if the hadron is at rest.

As emphasized by Bogoliubov[15] and Gell-Mann,[7] relativistic corrections reduce the static SU(6) value of the nucleon axial-vector coupling to a value $\frac{5}{3}(1-2\delta)$, where δ is a positive quantity related to the norm of the small components in the quark Dirac spinors. On the other hand, in the harmonic oscillator quark model, the mean level spacing of the hadron spectrum as well as the mean value of the convective term of the quark electromagnetic current[16] suggest also a relativistic internal motion for quarks.

Then, the quarks seem to behave like light quasi-free particles in a smooth potential, endowed with large relativistic velocities. Consequently, we have proposed in Ref. 8 to modify the spin part of the nucleon wave function by replacing the Pauli spinors $\chi_s(i)$ used in the usual formalism, with free Dirac spinors, $\vec{p}_i$ being now the quark momenta in the rest frame,

$$u_s(i) = \begin{pmatrix} \chi_s(i) \\ \mu_q \vec{\sigma}_i \cdot \vec{p}_i \, \chi_s(i) \end{pmatrix}, \tag{3.2}$$

where $\mu_q \simeq 3/2M_N$ is the normal quark magnetic moment; we adopt this simple form in order to reproduce the right order of magnitude for the nucleon total magnetic moment.

TABLE I. Prediction of the naive quark model for the mixing parameters (see Ref. 8) and phenomenological bounds obtained from Adler-Weisberger-type sum rules by Buccella, De Maria, and Lusignoli (Ref. 9).

Mixing parameters		Prediction of the naive quark model	Phenomenological analysis
$\alpha^2(6,3)_8$	0.57	$\alpha^2+\alpha'^2=0.59$	$\alpha^2+\alpha'^2=0.59$
$\alpha'^2(3,6)_8$	0.02		
$\beta^2(3,\bar{3})_8$	0.21	$\beta^2+\beta'^2=0.24$	$0.26 \leq \beta^2+\beta'^2 \leq 0.41$
$\beta'^2(\bar{3},3)_8$	0.03		
$\gamma^2(8,1)$	0.14	$\gamma^2+\gamma'^2=0.16$	$\gamma^2+\gamma'^2 \leq 0.15$
$\gamma'^2(1,8)$	0.02		

The spin wave functions χ' and χ'' written in (2.1) are then understood in terms of the Dirac spinors (3.2).[17] Let us now see what is the spin structure of the wave function at $P_z=\infty$. The effect of the matrix boost $S_i(\vec{\beta})$ on the Dirac spinor (3.2) can be written as a product of a Wigner rotation and a boost which takes the Pauli quark spinor to the helicity spinor at $P_z=\infty$,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cosh\frac{\omega}{2} \left[1+\mu_q p_{iz}(1-\beta^2)^{1/2} + \mu_q \beta_i \Sigma_i^{(+)} p_i^{(-)} + \mu_q \beta_i \Sigma_i^{(-)} p_i^{(+)}\right] \begin{pmatrix} \chi_i \\ \sigma_{iz}\chi_i \end{pmatrix}, \tag{3.3}$$

where $\tanh\omega=\beta$. The operators $\beta_i \Sigma_i^{(+)}$ and $\beta_i \Sigma_i^{(-)}$ reverse the quark helicity. If the internal quark momenta were negligible compared with its mass, i.e., $\mu_q \langle \vec{p}_i^{\,2} \rangle^{1/2} \simeq 0$, the Wigner rotation in (3.3) would be very small and the nucleon of helicity $+\frac{1}{2}$ would belong to the representation $(6,3)_8$. But since the internal velocities are important, the terms which reverse the helicity in (3.3) are of the same order as the first term. Then, the spin structure is more complex. In fact, by taking the product of the Wigner rotations for the three quarks and resolving the resulting nucleon state in definite SU(3)⊗SU(3) representations, we have shown in Ref. 8 that all the representations in the expansion (3.1) are present. The dominant representations are in fact $|(6,3)_8, L_z=0\rangle$, $|(3,\bar{3}), L_z=+1\rangle$, and $|(8,1), L_z=-1\rangle$.

Taking $\mu_q=3/2M_N$ and $R^2=11\ \mathrm{GeV}^{-2}$ we have obtained the values of Table I for the mixing parameters, in semiquantitative agreement with the values determined by Buccella, De Maria, and Lusignoli.

With these values we get, for the axial-vector coupling of the nucleon,

$$\left|\frac{G_A}{G_V}\right| = \tfrac{5}{3}(\alpha^2-\alpha'^2) + (\beta^2-\beta'^2) + (\gamma^2-\gamma'^2) = 1.20. \tag{3.4}$$

Let us recall that in our model we have for the D and F axial couplings in $\frac{1}{2}^+$ baryon semileptonic decays

$$\frac{D}{F+D} = \frac{3}{5}, \tag{3.5}$$

in good agreement with experiment.

III.1.d ASYMMETRIES

In calculating the asymmetries we will assume the nucleon to be simply composed of three valence quarks. We know that this scheme is too simple, since for $x \to 0$ the $q\bar{q}$ pairs have an important diffractive contribution and that the gluons carry an important part of the nucleon longitudinal momentum. However, in order to make simple predictions for the polarization effects we think it better to keep the simplest model for the moment.

Assuming that the particles are polarized along the direction of motion, the asymmetry is defined by[1]

$$\frac{d\sigma^{\uparrow\downarrow}-d\sigma^{\uparrow\uparrow}}{d\sigma^{\uparrow\downarrow}+d\sigma^{\uparrow\uparrow}}, \tag{4.1}$$

where $d\sigma^{\uparrow\downarrow}$ is the cross section when the spins of the lepton (electron or muon) and the nucleon are parallel, and $d\sigma^{\uparrow\uparrow}$ when the polarizations are antiparallel. The spin dependence of the differential cross section is given by[1]

$$\frac{d^2\sigma^{\uparrow\downarrow}}{d\Omega\, dE_2}-\frac{d\sigma^{\uparrow\uparrow}}{d\Omega\, dE_2}=\frac{\alpha^2}{\pi}\,\frac{E_2}{M_N E_1}\,\frac{1}{Q^2}\left[(E_1+E_2\cos\theta)\,d(q^2,\nu)+(E_1-E_2\cos\theta)\,g(q^2,\nu)\right]. \tag{4.2}$$

In (4.2), the lepton mass is neglected, E_1 and E_2 are the initial and final lepton energies in the laboratory system, and θ is the lepton scattering angle.

The structure functions $d(q^2,\nu)$ and $g(q^2,\nu)$ are defined from the decomposition of the current commutator between polarized proton states of covariant spin ξ_μ,

$$iW^A_{\mu\nu}(P,q)=\tfrac{1}{2}\int d^4x\, e^{iq\cdot x}\{\langle P,\xi|[j_\mu(x),j_\nu(0)]|P,\xi\rangle - (\xi\to -\xi)\}, \tag{4.3}$$

into covariants,

$$W^A_{\mu\nu}=\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}q^\rho\xi^\sigma d(q^2,\nu)+(\xi\cdot q)\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}q^\rho P^\sigma g(q^2,\nu). \tag{4.4}$$

Let us see that we get, in our model,

$$g(q^2,\nu)=0. \tag{4.5}$$

The nucleon wave function at $P_z=\infty$ is given by a combination of free-quark helicity spinors, as indicated in (3.3). The polynomials indicate the relative alignment between the nucleon and the quark helicities. Computing the commutator (4.4) for a free-quark Dirac spinor, we get (assuming a minimal electromagnetic coupling, i.e., no anomalous magnetic moment)

$$W^A_{\mu\nu}(i)=\frac{(2\pi)^4}{2m_q}\,\delta^4(p_i+q-p_i')\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}q^\rho\xi^\sigma, \tag{4.6}$$

where p_i and p_i' are the initial and final quark momenta. For a quark we find then a structure function of the type $d(q^2,\nu)$. The polynomials in the transverse momenta do not change this form. Therefore we get $g(q^2,\nu)=0$.

The asymptotic form of the spin-dependent cross section in the lepton-proton center-of-mass system is given by[1]

$$\tfrac{1}{2}(d\sigma^{\uparrow\downarrow}-d\sigma^{\uparrow\uparrow})\underset{P\to\infty}{\sim}\alpha^2P^{-1}(\pi M_p Q^2)^{-1}\times[d(q^2,\nu)+M_N\nu g(q^2,\nu)]\,d^3k_2 \tag{4.7}$$

and the spin-dependent cross section for the lepton–point-quark system,

$$\tfrac{1}{2}(d\sigma_i^{\uparrow\downarrow}-d\sigma_i^{\uparrow\uparrow})=2\alpha^2P^{-1}e_i^2(M_NQ^2\nu)^{-1}\delta(x-x_i)\,d^3k_2. \tag{4.8}$$

Then, to calculate the structure function $d(q^2,\nu)$ we must simply assume incoherent scattering and take into account the relative alignment between the quarks and nucleon helicities given by the decomposition (3.1).

In the Bjorken limit, we get, in our model,[18]

$$\frac{1}{2\pi}\left[\nu d(q^2,\nu)\right]_{p,n}=A^{p,n}G(x), \tag{4.9}$$

where $G(x)$ is the probability for a quark to have a fraction x of the longitudinal momentum. We find, for the proton and the neutron,

$$A^p=\tfrac{5}{9}(\alpha^2-\alpha'^2)-\tfrac{1}{9}(\beta^2-\beta'^2)+(\gamma^2-\gamma'^2), \tag{4.10}$$

$$A^n=-\tfrac{1}{9}(\beta^2-\beta'^2)+\tfrac{2}{3}(\gamma^2-\gamma'^2). \tag{4.11}$$

In the calculation of these relations we have used Table II and the matrix elements

$$\begin{aligned}&\langle\phi''^{+}_{123}|\hat e_3^{\,2}|\phi''^{+}_{123}\rangle=\tfrac{2}{9},\quad \langle\phi''^{0}_{123}|\hat e_3^{\,2}|\phi''^{0}_{123}\rangle=\tfrac{1}{3},\\ &\langle\phi'^{+}_{123}|\hat e_3^{\,2}|\phi'^{+}_{123}\rangle=\tfrac{4}{9},\quad \langle\phi'^{0}_{123}|\hat e_3^{\,2}|\phi'^{0}_{123}\rangle=\tfrac{1}{9},\end{aligned} \tag{4.12}$$

$$\langle\phi''^{+}_{231}|\hat e_3^{\,2}|\phi''_{231}\rangle=\langle\phi''_{312}|\hat e_3^{\,2}|\phi''_{312}\rangle=\tfrac{1}{4}\langle\phi''_{123}|\hat e_3^{\,2}|\phi''_{123}\rangle+\tfrac{3}{4}\langle\phi'_{123}|\hat e_3^{\,2}|\phi'_{123}\rangle, \tag{4.13}$$

$$\langle\phi'_{231}|\hat e_3^{\,2}|\phi'_{231}\rangle=\langle\phi'_{312}|\hat e_3^{\,2}|\phi'_{312}\rangle=\tfrac{3}{4}\langle\phi''_{123}|\hat e_3^{\,2}|\phi''_{123}\rangle+\tfrac{1}{4}\langle\phi'_{123}|\hat e_3^{\,2}|\phi'_{123}\rangle.$$

In Table II we have expressed the SU(3)⊗SU(3) representations in terms of quark helicity spinors and the SU(3) quark wave functions ϕ' and ϕ''. ϕ''_{ijk} and ϕ'_{ijk} are, respectively, symmetric and antisymmetric with regard to i,j. (ij,k) means that quarks i and j have helicity $+\frac{1}{2}$ and quark k has helicity $-\frac{1}{2}$. Note that relations (4.10) and (4.11) are quite general and depend only on the hypothesis that the nucleon wave function can be written as a superposition of the SU(3)⊗SU(3) irreducible representations allowed by the quark model.

If configuration mixing were absent, we would obtain the following proton and neutron asymmetries:

TABLE II. SU(3)⊗SU(3) representations for the nucleon of helicity $+\frac{1}{2}$.

$(6,3)_8$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\sum_P \phi''_{123}(12,3)\lvert L_z=0\rangle$
$(3,6)_8$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\sum_P \phi''_{123}(3,12)\lvert L_z=+1\rangle$
$(3,\bar{3})_8$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\sum_P \phi'_{123}(3,12)\lvert L_z=+1\rangle$
$(\bar{3},3)_8$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\sum_P \phi'_{123}(12,3)\lvert L_z=0\rangle$
$(8,1)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}[\phi''_{123}\lvert L_z=-1\rangle+\phi'_{123}\lvert L_z=-1\rangle](123,0)$
$(1,8)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}[\phi''_{123}\lvert L_z=+2\rangle+\phi'_{123}\lvert L_z=+2\rangle](0,123)$

$$A^p=\tfrac{5}{9},\quad A^n=0\,. \tag{4.14}$$

Let us now see that we can write, from (4.10) and (4.11), the asymmetries in terms of the F, D couplings of the low-lying octet axial-vector matrix elements.

In terms of the mixing parameters, F and D read[19]

$$\begin{aligned} F&=\tfrac{2}{3}(\alpha^2-\alpha'^2)+(\gamma^2-\gamma'^2)\,,\\ D&=(\alpha^2-\alpha'^2)+(\beta^2-\beta'^2)\,. \end{aligned} \tag{4.15}$$

From (4.15) we get

$$\tfrac{2}{3}D-F=\tfrac{2}{3}(\beta^2-\beta'^2)-(\gamma^2-\gamma'^2) \tag{4.16}$$

so that A^p and A^n can be written in terms of F and D (Ref. 20):

$$A^p=\tfrac{1}{3}(F+D)-\tfrac{2}{3}(\tfrac{2}{3}D-F),\quad A^n=-\tfrac{2}{3}(\tfrac{2}{3}D-F)\,. \tag{4.17}$$

The neutron asymmetry is then proportional to the deviation of F/D from the SU(6) result $F/D=\frac{2}{3}$. Since $G(x)$ in (4.9) is normalized to one, the difference A^p-A^n satisfies, as expected, the Bjorken sum rule,

$$A^p-A^n=\frac{1}{3}\left|\frac{G_A}{G_V}\right|\simeq 0.40\,. \tag{4.18}$$

We obtain a large positive asymmetry for the proton and a small asymmetry for the neutron. Taking $\alpha=D/(F+D)\simeq 0.67$, we get a small *negative* neutron asymmetry.

In our specific model, where the spin part of the nucleon wave function at rest is written in terms of free Dirac spinors, we preserve the static SU(6) result $F/D=\frac{2}{3}$,[8] so that we predict

$$A^p=\frac{1}{3}\left|\frac{G_A}{G_V}\right|\,,\quad A^n=0\,. \tag{4.19}$$

III.1.e. COMPARISON WITH PREVIOUS WORKS

As we have pointed out, Kuti and Weisskopf,[1] Gourdin,[2] and Close, Gilman, and Karliner[3] have estimated the asymmetry for proton and neutron targets assuming that the nucleon is assigned to the $(\underline{56},\ L=0^+)$ representation of the static SU(6). In this way they get the results (4.14). We have shown that the presence of configuration mixing changes the situation significantly.

Our work differs from a quark-parton model calculation by Gourdin.[2] He obtains the relations

$$\begin{aligned} A^p&=\tfrac{2}{3}f_1+\tfrac{1}{3}F+\tfrac{1}{9}D\,,\\ A^n&=\tfrac{2}{3}f_1-\tfrac{2}{9}D\,, \end{aligned} \tag{5.1}$$

where F and D are the octet contributions and f_1 is a singlet part. Gourdin takes into account configuration mixing phenomenologically in the estimation of the octet contributions, since he takes F and D from experiment, satisfying in this way the Bjorken sum rule.

The singlet contribution f_1 is given by

$$f_1=\tfrac{1}{3}\sum_{j\sigma}\epsilon_j\sigma D_{j\sigma}\,, \tag{5.2}$$

where $\frac{1}{3}$ stands for the quark baryonic number, ϵ_j is equal to ± 1 according to whether the parton is a quark or an antiquark. $D_{j\sigma}$ is the mean value, in the hadron, of the number of quarks of type j having a spin parallel ($\sigma=+1$) or antiparallel ($\sigma=-1$) to the hadron spin. Gourdin estimates f_1 by assuming the spin of the gluons to be uncorrelated with the nucleon spin, but he makes also an implicit assumption which is no longer valid when configuration mixing is present. The hypothesis is that the probability to have a quark polarized along the nucleon helicity is twice the probability of having a quark with helicity opposite to that of the nucleon. This means that he assumes, in evaluating the singlet part, that the nucleon of helicity $+\frac{1}{2}$ belongs to the $(6,3)_8$ representation of SU(3)⊗SU(3). In this way he obtains

$$f_1=\tfrac{1}{3}\,. \tag{5.3}$$

However, when configuration mixing is present, f_1 is no longer equal to $\frac{1}{3}$. We obtain, from (5.2) and Table II

$$f_1=\tfrac{1}{3}(\alpha^2-\alpha'^2)-\tfrac{1}{3}(\beta^2-\beta'^2)+(\gamma^2-\gamma'^2) \tag{5.4}$$

and in terms of F and D, f_1 is given by

$$f_1=-\tfrac{1}{3}D+F\,. \tag{5.5}$$

With the values of the mixing angles of Table I, we get

$$f_1 = 0.24 \ . \tag{5.6}$$

In conclusion, our method, starting from a definite spin wave function at $P_z = \infty$, takes into account automatically the complications of the configuration mixing for both the singlet and octet parts.

After this work was finished, J. Weyers pointed out to us a recent work by Close, Osborn, and Thomson[21] on the Melosh transformation. They examine, in particular, its consequences for the asymmetries. They find for the proton and neutron asymmetries,

$$A^{\gamma p} = \tfrac{5}{9} X \quad (-1 \leq X \leq +1), \quad A^{\gamma n} = 0 \ . \tag{5.7}$$

Note that the result $A^{\gamma n} = 0$ is the same one that we find and, as we have pointed out, it is related to the result $F/D = \frac{2}{3}$, which holds also in the Melosh approach (for the relation between our work and the one of Melosh, see Ref. 8). We can understand also the bounds for the proton asymmetry on the basis of our formulas. From expression (4.17) if we take the constraint $(\gamma^2 - \gamma'^2) = \frac{2}{3}(\beta^2 - \beta'^2)$ which comes from $F/D = \frac{2}{3}$, and *we leave the mixing parameters completely free*, we get indeed

$$-\tfrac{5}{9} \leq A^p \leq +\tfrac{5}{9}, \quad A^n = 0 \ . \tag{5.8}$$

If, more generally, we do not adopt the constraint $(\gamma^2 - \gamma'^2) = \frac{2}{3}(\beta^2 - \beta'^2)$, we get the larger following bounds:

$$-1 \leq A^p \leq +1, \quad -\tfrac{2}{3} \leq A^n \leq +\tfrac{2}{3} \ . \tag{5.9}$$

On the other hand, if we use the bounds on the mixing parameters obtained by Buccella *et al.*[9] from Adler-Weisberger-type sum rules, we get

$$-0.50 \leq A^p \leq +0.50, \quad -0.21 \leq A^n \leq +0.21 \ . \tag{5.10}$$

However, the relation between the mixing parameters and the axial-vector matrix elements of the low-lying octet restricts much more the asymmetries, as given by (4.17), a result very close to our theoretical prediction

$$A^p = \frac{1}{3}\left|\frac{G_A}{G_V}\right| \ , \quad A^n = 0 \ . \tag{5.11}$$

Concerning the work of Close *et al.*, we think that the parameter X cannot be considered as free. On the basis of our work, we think that it must be equal to the quantity η of Melosh, $|G_A/G_V| = \frac{5}{3}\eta$, $\eta \simeq 1/\sqrt{2}$. Then, the Bjorken sum rule is satisfied.

Note added in proof. Some recent works have reached conclusions similar to ours. J. Ellis and R. Jaffe [Phys. Rev. D 9, 1444 (1974)] have deduced our results (4.17) under the weaker form of sum rules for the scaling limit of $\nu d(q^2, \nu)$, using the free-quark current algebra, the quark parton model, and the assumption that the $\lambda\bar{\lambda}$ contribution to the $q\bar{q}$ sea is not polarized. L. M. Sehgal [Phys. Rev. D 10, 1663 (1974)], using the sum rules of the quark parton model, has related the mean values of the total quark spin S_z and the total quark orbital angular momentum L_z (for a given nucleon helicity $J_z = S_z + L_z$) to the F and D axial couplings of the low-lying $\frac{1}{2}^+$ octet. In a very complete work on the consequences of the Melosh transformation for polarized electroproduction, F. E. Close [Nucl. Phys. B80, 269 (1974)] has deduced the same sum rules as we and Ellis and Jaffe and studied the possible x dependence of the asymmetries. He assumes that a more general (but purely *ad hoc*) Melosh transformation introduces such x dependence.

---

*Work submitted in partial fulfilment of Ph.D. requirements.

†Laboratoire Associé au Centre National de la Recherche Scientifique. Université de Paris Sud, Bât. 211, 91405 Orsay, France.

[1] J. Kuti and V. F. Weisskopf, Phys. Rev. D 4, 3418 (1971).

[2] M. Gourdin, Nucl. Phys. B38, 418 (1972); A. J. G. Hey and J. Mandula, Phys. Rev. D 5, 2610 (1972); D. A. Dicus, R. Jackiw, and V. L. Teplitz, *ibid.* 4, 1733 (1971); D. Wray, Weizmann Institute report, 1972 (unpublished); C. Nash, Nucl. Phys. B31, 419 (1971).

[3] F. E. Close, F. J. Gilman, and I. Karliner, Phys. Rev. D 6, 2533 (1972).

[4] J. D. Bjorken, Phys. Rev. D 1, 1376 (1970).

[5] R. P. Feynman, Phys. Rev. Lett. 23, 1415 (1969); J. D. Bjorken and E. A. Paschos, Phys. Rev. 185, 1975 (1969).

[6] R. P. Feynman, in *High Energy Collisions*, edited by C. N. Yang *et al.* (Gordon and Breach, New York, 1969) p. 237.

[7] R. Dashen and M. Gell-Mann, in *Proceedings of the Third Coral Gables Conference on Symmetry Principles at High Energies, University of Miami, 1966*, edited by A. Perlmutter, J. Wojtaszek, E. C. G. Sudarshan, and B. Kurşunoğlu (Freeman, San Francisco, Calif., 1966).

[8] A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène, and J. C. Raynal, Phys. Rev. D 9, 2636 (1974).

[9] F. Buccella, M. De Maria, and M. Lusignoli, Nucl. Phys. B6, 430 (1968).

[10] H. J. Melosh, Caltech thesis (unpublished); Phys. Rev. D 9, 1095 (1974).

[11] M. Gell-Mann, in *Strong and Weak Interactions: Present Problems*, proceedings of the School of Physics "Ettore Majorana," 1966, edited by A. Zichichi (Academic, New York, 1967), p. 202; in *Hadrons and Their*

Interactions, proceedings of the School of the Physics "Ettore Majorana," 1967, edited by A. Zichichi (Academic, New York, 1968), p. 169.

[12]D. Faiman and A. W. Hendry, Phys. Rev. 173, 1720 (1968); 180, 1572 (1968).

[13]A. N. Mitra and M. Ross, Phys. Rev. 158, 1630 (1967).

[14]The Lorentz contraction of Gaussian wave function was introduced by A. L. Licht and A. Pagnamenta [Phys. Rev. D 2, 1150 (1970)] in order to describe the observed dipole shape of the nucleon electromagnetic form factors.

[15]P. N. Bogoliubov, Ann. Inst. Henri Poincarê 8, 163 (1968).

[16]L. A. Copley, G. Karl, and E. Obryk, Nucl. Phys. B13, 303 (1969).

[17]Note, incidentally, that the SU(6) classification of hadrons has not been changed. The nucleon belongs to a 56 supermultiplet of an SU(6) group. The point is that now the spin generators of such a group are no longer the sum of the Pauli matrices $\sum_i \vec{\sigma}(i)$, but rather the sum of the Foldy-Wouthuysen mean spin operators of the quarks, $\sum_i \vec{S}_i^{(M)}$.

[18]Note that we neglect the *small* x dependence which comes from the boost of the quarks spins through the term $\mu_q p_{iz}(1-\beta^2)^{1/2} \cong \mu_q M_N(x_i - \frac{1}{3})$. The most significant effect of the Wigner rotations is purely transverse.

[19]F. Buccella, H. Kleinert, C. A. Savoy, E. Celeghini, and E. Sorace, Nuovo Cimento 69, 133 (1970).

[20]If we assume that in general the factorization (4.9), with $A^{p,n}$ independent of x, does not hold and that each SU(3)⊗SU(3) representation provides a different x dependence, the relations (4.17) are still valid in the weaker form of sum rules for the Bjorken limit of $\nu d(q^2, \nu)$ integrated over x.

[21]F. E. Close, H. Osborn, and A. M. Thomson, Nucl. Phys. B77, 281 (1974).

III.2.- Comparaison avec des travaux parallèles récents.

Ellis et Jaffe ([1]) ont dérivé nos relations entre les asymmétries et les couplages F et D axiaux (formules (4.17) de l'article) sous la forme plus faible de règles de somme pour la limite de "scaling" de la fonction de structure $\gamma d(q^2,\nu)$. Ils partent de l'algèbre des courants dans la théorie des champs de quarks libres et le modèle des partons plus l'hypothèse que la contribution de $\lambda\bar{\lambda}$ à la mer de paires $q\bar{q}$ n'est pas polarisée. Leurs hypothèses sont plus générales que les notres et ne prédisent pas une dépendance en x déterminée. Nous prédisons des asymmétries sensiblement indépendantes de x.

Suivant une démarche plus proche de la notre, Sehgal ([2]), dans le cadre du modèle des quarks partons s'est posé la question de savoir comment est décomposée l'hélicité du proton

$$J_z = \langle S_z \rangle + \langle L_z \rangle$$

entre la valeur moyenne de l'hélicité totale des partons $\langle S_z \rangle$ et la valeur moyenne du moment angulaire orbital $\langle L_z \rangle$, dû à leur mouvement transverse. Ecrivant des règles de somme pour les différentes densités de probabilité pour qu'un type déterminé de parton ait une fraction x et une polarisation parallèle ou antiparallèle à celle du proton, il a relaté $\langle S_z \rangle$ et $\langle L_z \rangle$ aux couplages F et D,

$$\langle S_3 \rangle = \frac{1}{3}(3F-D) \qquad \text{(III.2.1)}$$

$$\langle L_3 \rangle = \frac{1}{2} - \langle S_3 \rangle = \frac{1}{2}(1-3F+D) \qquad \text{(III.2.2)}$$

et a redéduit les règles de somme d'Ellis et Jaffe.

Notons que les relations (III.2.1) et (III.2.2) peuvent être déduites dans notre schéma faisant usage de la fonction d'onde du nucléon d'hélicité +1/2 exprimée en termes de représentations irréductibles de SU(3)⊗SU(3). En effet, nous obtenons, trivialement

$$\langle S_3 \rangle = \frac{1}{2}(\alpha^2-\alpha'^2) - \frac{1}{2}(\beta^2-\beta'^2) + \frac{3}{2}(\gamma^2-\gamma'^2) \qquad \text{(III.2.3)}$$

$$\langle L_z \rangle = \alpha'^2 + \beta^2 - \gamma^2 + 2\gamma'^2 \qquad \text{(III.2.4)}$$

et les formules de Sehgal s'ensuivent immédiatement des relations

$$F = \frac{2}{3}(\alpha^2 - \alpha'^2) + (\gamma^2 - \gamma'^2) \qquad \text{(III.2.5)}$$

$$D = (\alpha^2 - \alpha'^2) + (\beta^2 - \beta'^2) \qquad \text{(III.2.6)}$$

Dans une série de travaux, Close ([3]) a étudié de façon très complète les conséquences de la transformation de Melosh pour les asymmétries dans l'électroproduction très inélastique. Nous avons déjà commenté le travail de Close, Osborn et Thomson ([4]) à la fin de III.1. Dans ses travaux plus récents, Close formule l'hypothèse d'une transformation V qui passerait des "quarks constituants" (pour nous, les quarks animés d'une vitesse relativiste dans le repère au repos ou, à $P_z = \infty$, les quarks dont le spin est décrit par un spineur d'hélicité affecté d'une rotation de Wigner) aux "quarks courants" (pour nous, simplement les spineurs d'hélicité des quarks à $P_z = \infty$) et il écrit la forme la plus générale de la fonction d'onde en termes de "quarks courants", c'est à dire, une décomposition similaire à la formule (3 .1) de l'article, mais les coefficients du développement (qui est fait en représentations irréductibles de $SU(3) \otimes SU(2)$) étant des fonctions arbitraires de x. Il attribue la dépendance en x du rapport F_2^{en}/F_2^{ep} (qui n'est pas constant et égal à 2/3, comme le prédit un modèle à 3 quarks avec SU(6) exact, mais tend vers 1/4 lorsque $x \longrightarrow 1$ ([5])) à une transformation complexe, dont la nature reste à établir. Avec ces hypothèses, il réobtient les règles de somme d' Ellis et Jaffe (dont nos formules (4.17) sont des cas particuliers), ce qui n'est pas surprenant puisqu'il se restreint aux quarks de valence et (comme nous pour $SU(3) \otimes SU(3)$), il ne considère que les représentations de $SU(3) \otimes SU(2)$ permises par le modèle des quarks. Il résulte de ce schéma l'intéressante connexion entre le comportement expérimental

$$F_2^{en}/F_2^{ep} \longrightarrow 1/4 \quad \text{pour} \quad x \longrightarrow 1 \qquad \text{(III.2.7)}$$

et l'égalité des asymmétries (positives) pour les cibles proton et neutron lorsque $x \longrightarrow 1$. Cette relation avait été remarquée déjà auparavant par Close ([6]) utilisant un modèle simple avec SU(6) brisé, et, indépendamment, par Chaichian et Kitakado ([7]).

III.2.3 - Problèmes ouverts et perspectives pour notre approche.

Nous avons essayé de tirer des conséquences de ce que nous avons appris sur le mouvement des quarks (soit le mouvement interne, soit le mouvement du centre de masse) sur les effets de spin dans la diffusion très inélastique des électrons sur des nucléons. Notre outil a été simple: les transformations de Lorentz des fonctions d'onde des hadrons en termes de quarks supposés quasilibres et animés de vitesses relativistes. Ainsi, nous avons relaté les asymmétries aux paramètres du mélange chiral et ensuite aux couplages axiaux F et D de l'octet fondamental; nous obtenons des asymmétries sensiblement indépendantes de x (large et positive pour le proton, voisine de zéro pour le neutron).

Pour résumer:

a) Au repos, nous conservons SU(6) exact (la fonction d'onde de spin est cependant exprimée en termes de spineurs de Dirac libres).

b) La transformation de Lorentz qui ramène à $P_z = \infty$ est simple, en particulier elle ne change pas le nombre de particules et n'introduit d'autre dépendance en x dans les fonctions de structure que celle donnée par la contraction de Lorentz de la fonction d'onde de l'oscillateur harmonique.

c) Nous négligéons pour l'instant la présence des gluons et des paires $q\bar{q}$, bien que nous sachionsque ces dernières ont une importante contribution diffractive à faible x, et que les gluons emportent une large partie de l'impulsion longitudinale.

d) Puisque nous avons considéré seulement la partie de valence avec SU(6) non brisé (la fonction d'onde au repos appartient à la représentation $(\underline{56},0^+)$), nous obtenons,

$$F_2^{en}/F_2^{ep} = 2/3 \qquad \text{(III.2.8)}$$

rélation que nous savons est en désaccord avec l'expérience ([5]).

Concernant le problème de l'introduction des gluons et

des paires tout en considérant une fonction d'onde, un modèle a été proposé par Altarelli et al.([8]). Ils construisent une fonction d'onde pour le nucléon en termes de "quarks constituants" (dépendante des fractions $\{x_i\}$ et des impulsions transverses $\{\vec{P}_{i\perp}\}$) en faisant appel à une symmétrie abstraite SU(6)⊗O(3) dont la signification physique à $P_z = \infty$ nous échappe. Les quarks constituants sont composés à leur tour d'objets ponctuels: un quark parton de valence, des paires $q\bar{q}$, et des gluons. Supposant des distributions en x simples pour les quarks de valence, les gluons et les paires ([9]) ils arrivent a ajuster les fonctions de structure. Notons que le modèle rejoint en un certain sens l'hypothèse que nous avons fait dans la partie I sur la structure électromagnétique des quarks; cependant, le rapport entre les deux approches reste obscur.

Nous comptons, à différence de ([8]), non pas adopter une fonction d'onde "a priori", dont la dépendance en $\{x_i\}$ a $P_z = \infty$ n'a pas de justification solide, mais plutôt appliquer un boost à la fonction d'onde au repos, qui est relativement mieux connue. Nous pensons pour l'instant garder la transformation de Lorentz simple considérée jusqu'ici. Ceci veut dire en particulier que l'introduction des paires et des gluons ne peut être que purement phénoménologique, et sur ce point le modèle d'Altarelli et al. nous semble une suggestion intéréssante.

Pour introduire la forte dépendence en x du rapport (III.2.8 il est naturel de briser SU(6) au niveaux de la fonction d'onde au repos, en l'écrivant sous la forme

$$\psi_N = \cos\theta \,|\, P_{11}, \underline{56}, L=0^+\rangle + \sin\theta \,|\, P_{11}, \text{autre multiplet}\rangle \qquad \text{(III.2.9)}$$

où θ doit être un angle suffisamment faible pour ne pas briser significativement les succès de SU(6) pour les rapports μ_p^{tot}/μ_n^{tot} , $(F/D)_{axial}$, etc. La basse masse de la résonance de Roper $P_{11}(1470)$ indique peut-être déjà qu'un tel mélange puisse exister ([10]). Les résultats de la photoproduction pour le P_{11} (1470) suggèrent la possibilité de le classer dans un multiplet

70, excitation radiale N=1 ([11]). Adoptant cette fonction d'onde pour le deuxième terme de (III.2.9), nous avons trouvé des résultats préliminaires encourageants: les succès de SU(6) ($\mu_p^{axial}/\mu_n^{axial} = -3/2$, $(F/D)_{axial} = 2/3$) ne sont modifiés que par quelques % (la brisure pour ces quantités est proportionnelle à $tg^2\theta$) et, par contre, la forme de la fonction d'onde (excitation radiale) amplifie l'effet de brisure (linéaire en $tg\theta$) pour $x \to 1$, donnant la forme souhaitée pour le rapport F_2^{en}/F_2^{ep}. Les asymmétries pour les cibles proton et neutron sont proches et positives lorsque $x \to 1$. Les résultats de ce travail feront partie de la thèse de J.C. Raynal. Notons que notre interprétation du phénomène (III.2.7) est bien distincte de celle de Close, qui l'attribue à une généralisation de la transformation de Melosh; dans notre langage naïf ceci voudrait dire qu'un effet d'isospin comme le comportement (III.2.7) serait dû aux transformations de Lorentz, ce qui est difficilement concevable. Notre interprétation reste empirique, mais elle est conséquente avec notre approche du type physique "nucléaire".

Références et notes.

(1) J. Ellis et R. Jaffe, Phys. Rev. D 9, 1444 (1974).
(2) L.M. Sehgal, Phys. Rev. D 10, 1663 (1974).
(3) F.E. Close, contribution à la Rencontre de Moriond, 1974, preprint TH-1843 CERN (1974); Nucl. Phys. B 80, 269 (1974).
(4) F.E. Close, H. Osborn et A.M. Thomson, preprint TH-1818 CERN (1974).
(5) E.D. Bloom, Rapporteur Talk at the International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, Bonn (1973), p. 227 .
(6) F.E. Close, Daresbury preprint DNPL/P146 (1973).
(7) M. Chaichian et S. Kitakado, Nucl. Phys. B 59, 285 (1973).
(8) G. Altarelli, N. Cabibbo, L. Maiani et R. Petronzio, Nucl. Phys. B 69, 531 (1974).
(9) J. Kuti et V.F. Weisskopf, Phys. Rev. D 4, 3418 (1971).
(10) Notons toutefois que les analyses du spectre hadronique par SU(6) et le modèle en couches négligent la possibilité de mélanges entre des niveaux différents (par exemple, on considère des mélanges entre (56, 2^+), (70, 2^+), (56, 0^+)$_{N=1}$, (70, 0^+)$_{N=1}$, (20, 1^+)) , mais on ne considère pas de mélange entre n=0 et n=2, qui est notre cas). Cf. R.H. Dalitz, Meeting on Low Energy Hadron Physics, Nov. 1973, Smolenice, Czechoslovakia.
(11) G. Knies, R.G. Moorhouse et H. Oberlack, Phys. Rev. D 9, 2680 (1974).

CONCLUSION

Sans formuler un modèle explicitement covariant, nous avons étudié deux aspects de la relativité dans le modèle des quarks: le mouvement relativiste interne des quarks et le mouvement rapide du centre de masse des hadrons.

Pour le premier phénomène, notre hypothèse simple de factorisation des spineurs de Dirac (avec des petites composantes non négligéables) dans la fonction d'onde de spin a été favorablement confirmée par le calcul des couplages axiaux et la prédiction des paramètres de mélange chiral du nucléon associés aux rotations de Wigner des spineurs.

Le boost des fonctions d'onde du modèle de l'oscillateur harmonique-SU(6) au repos (indépendantes du temps relatif), qui comprend: 1º, rotations de Wigner sur les spineurs, et 2º, contraction de Lorentz de la fonction d'onde d'espace, nous a permis de décrire des hadrons en mouvement rapide. Nous arrivons ainsi à un modèle pour l'électroproduction dans la région résonante qui satisfait l'invariance de jauge, et nous obtenons un accord quantitatif pour les facteurs de forme élastiques, les intensités des différentes bosses et le rapport entre les sections efficaces coulombienne et transverse jusqu'à des grandes valeurs de q^2. Par contre, nous ne décrivons pas le comportement très plat en q^2 de la transition $e^- P \longrightarrow e^- S_{11}(1535)$.

la connaissance de la fonction d'onde du nucléon à grand P_z nous a permis également d'étudier l'électroproduction très inélastique dans le cadre du modèle des quarks partons. L'invariance d'échelle apparaît très naturellement comme conséquence de la contraction de Lorentz de la fonction d'onde spatiale. D'autre part, la structure en spin de la fonction d'onde en mouvement rapide, résultat des rotations de Wigner, nous a permis de relier les asymmétries, pour cible et projectile polarisés, aux couplages axiaux F et D de l'octet fondamental.